

ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛЕНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ

«ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ А.С. ПУШКИНА»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для промежуточной аттестации по дисциплине

**ЕН.02 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА С ЭЛЕМЕНТАМИ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ**

Специальность 09.02.07 Информационные системы и программирование

Квалификация выпускника Программист

Форма обучения очная

Санкт-Петербург
2025

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Разделы фонда оценочных средств

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОПОП СПО.
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.
3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения ОПОП СПО.
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Фонд оценочных средств составлен в соответствии с требованиями ОС НИУ ИТМО по данному направлению подготовки.

Фонд оценочных средств разработали: Нестерова Елена Николаевна

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОПОП СПО

Целью освоения дисциплины «Дискретная математика» является достижение следующих результатов обучения: ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09.

Этап дисциплины в формировании компетенций соответствует 3-4 семестрам.

Этап формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы определяется на основе общей характеристики и соответствует порядку изучения дисциплин/профессиональных модулей/практик в учебном плане.

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины/профессионального модуля/практики является последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий

2. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Показателями оценивания компетенций являются следующие результаты обучения:

Код компетенции	Планируемые результаты обучения
ОК 1 ОК 2 ОК 4 ОК 5 ОК 9	<p><u>Знать:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> – основные принципы математической логики, теории множеств и теории алгоритмов; – формулы алгебры высказываний; – методы минимизации алгебраических преобразований; – основы языка и алгебры предикатов; – основные принципы теории множеств; – <i>логические операции, кванторы, истинность высказывания;</i> – <i>область применения понятий и методов математической логики;</i> – <i>принципы работы с основными структурами данных;</i> – <i>область применения теории графов;</i> – <i>методы поиска необходимой информации для самостоятельного изучения поставленных задач;</i> – <i>работа с основными структурами данных и оценка сложности этих операций;</i> – <i>основные определения и алгоритмы теории графов.</i> <p><u>Уметь:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> – применять логические операции, формулы логики, законы алгебры логики; – формулировать задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения; – <i>определять элементы высказывания;</i> – <i>приводить примеры высказываний;</i> – <i>вычислять логическое значение сложного высказывания по известным значениям элементарных высказываний;</i> – <i>формулировать задачи логического характера, в том числе в символической форме;</i> – <i>применять средства математической логики для решения логических задач;</i> – <i>строить доказательства с помощью рассуждений;</i> – <i>выбирать алгоритм для решения задачи, исходя из поставленных ограничений;</i> – <i>самостоятельно находить необходимую информацию для решения поставленных задач.</i>

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Компетенции (части компетенций)	Критерии оценивания	Оценочные средства текущего контроля успеваемости	Шкала оценивания
1.	Основы математической логики	ОК 1 ОК 2 ОК 4	Знать основные элементы алгебры	Практическая работа	Отлично Хорошо

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Компетенции (части компетенций)	Критерии оценивания	Оценочные средства текущего контроля успеваемости	Шкала оценивания
		ОК 5 ОК 9	высказываний, методы преобразования и минимизации булевых функций, формулы логики. Уметь выполнять операции с простыми и составными высказываниями, выполнять преобразования над булевыми функциями	Контрольная работа	Удовлетворительно Неудовлетворительно
2.	Элементы теории множеств	ОК 1 ОК 2 ОК 4 ОК 5 ОК 9	Знать способы задания, свойства множеств, отношений, функций и отображений, канонические формы представления. Уметь применять операции объединения, пересечения, разности, дополнения и декартова произведения на множествах, применять диаграммы Эйлера-Венна, алгебру множеств, алгебру отношений.	Практическая работа	Отлично Хорошо Удовлетворительно Неудовлетворительно
3.	Элементы комбинаторного анализа	ОК 1 ОК 2 ОК 4 ОК 5 ОК 9	Знать основные правила и формулы комбинаторного анализа. Уметь пользоваться формулами и правилами комбинаторного анализа	Практическая работа	Отлично Хорошо Удовлетворительно Неудовлетворительно
4.	Логика предикатов. Кванторы		Знать логику предикатов, основные кванторы. Уметь осуществлять операции над предикатами и операции	Контрольная работа	Отлично Хорошо Удовлетворительно Неудовлетворительно

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Компетенции (части компетенций)	Критерии оценивания	Оценочные средства текущего контроля успеваемости	Шкала оценивания
			квантирования		
5.	Элементы теории графов		Знать основные определения теории графов. Понятие графа, его ребер и вершин. Уметь строить матрицы ассоциированные с графами, владеть алгоритмами построения минимальных путей, выявлять циклы в графах	Практическая работа Контрольная работа	Отлично Хорошо Удовлетворительно Неудовлетворительно
6.	Элементы теории алгоритмов		Знать свойства алгоритмов, алгоритмы Маркова и Тьюринга. Уметь строить машины Тьюринга и исследовать алгоритмы Маркова.	Практическая работа Контрольная работа	Отлично Хорошо Удовлетворительно Неудовлетворительно
Итого:		ОК 1 ОК 2 ОК 4 ОК 5 ОК 9	Форма контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации	Шкала оценивания
			Экзамен	Устный экзамен - перечень вопросов	Отлично Хорошо Удовлетворительно Неудовлетворительно

3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОПОП СПО

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Контрольные работы выполняются обучающимися по окончании изучения темы во время аудиторных занятий. На выполнение отводится 1 академический час. Работы выполняются индивидуально, представляются в письменной форме и должны удовлетворять следующим требованиям: в работе указывается ФИО студента, номер группы, условие каждого задания, основные этапы решения, необходимые иллюстрации, ответ или вывод.

Примерный комплект заданий для контрольной работы

Тема 1. «Построение СДНФ и СКНФ. Многочлен Жегалкина»

Задание. Для заданной булевой функции трех переменных $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$.

- 1) Построить таблицу истинности, привести функцию к СДНФ и СКНФ.
- 2) Найти двумя способами многочлен Жегалкина и ответить на вопрос является ли данная булева функция линейной.
- 3) С помощью эквивалентных преобразований привести функцию к ДНФ и КНФ.

Тема 2-4. «Отображения. Комбинаторика. Предикаты»

Задание 1. Доказать тождество $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ двумя способами:

- 1) Используя определение равенства множеств и операций над множествами.
- 2) С помощью алгебры логики.

Задание 2. Пусть на $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ определено отношение $R = \left\{ \langle a, b \rangle : \frac{a+b}{2} \in M \right\}$. Задать отношение списком. Определить будет ли оно рефлексивным, симметричным и транзитивным. Ответ обосновать.

Задание 3. Решить уравнение $C_{x+8}^{x+3} = 5A_{x+6}^3$.

Задание 4. Дано множество $M = \{a, b\}$. Предикат $P(x, y)$, где $x, y \in M$ задан следующей таблицей:

x	y	$P(x, y)$
a	a	0
a	b	1
b	a	1
b	b	1

Определить значение следующего высказывания $(\exists x) P(x, a)$.

Задание 5. Пусть $\Sigma(x, y, z)$ – предикат сложения, рассматриваемый на множестве целых чисел \mathbf{Z} , а $\Pi(x, y, z)$ – умножения, рассматриваемый на множестве целых неотрицательных чисел $\mathbf{N}_0 = \mathbf{N} \cup \{0\}$. Какой смысл имеет формула $(\forall z)(\forall x)(\exists y)\Pi(x, y, z)$ и на каком множестве \mathbf{Z} или \mathbf{N}_0 она истинна?

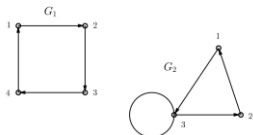
Тема 5. «Графы»

Задание 1. Для графа, представленного матрицей инцидентности, определить матрицу смежности и изобразить графически:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Задание 2. Представить в виде ориентированного графа отношение $\rho = \langle X, R \rangle$, где $X = \{2, 4, 6, 8\}$, $R = \{\langle x, y \rangle : x < y\}$.

Задание 3. Найти матрицы смежности и инцидентности графов $G_1 \cap G_2$ и $G_1 \cup G_2$



Тема 6. «Алгоритмы»

Задание 1. Найдите функции g и h в рекурсивной формуле для трехместной функции $f(x, y, z) = xy^2z$, если рекурсия проводится по переменной x .

Задание 2. Пусть задан нормальный алгоритм Маркова: алфавит $A = \{1, +\}$ и система подстановок S :

- 1) $1+ \rightarrow +1$
- 2) $+1 \rightarrow 1$
- 3) $1 \rightarrow \circ 1$

Покажите, во что перерабатывает этот алгоритм слово $1111+11+111$.

Задание 3. Используя алгоритм построения эйлеровых циклов, определить является ли граф эйлеровым. Если да, построить эйлеров цикл:



Задание 4. Постройте машину Тьюринга, которая правильно вычисляет функцию $0(x) = 0$.

Шкала оценивания и критерии оценки

Минимальное количество баллов – 6 баллов

Максимальное количество баллов – 10 баллов

- **10 баллов** – обучающийся правильно выполняет все задания, выбирает оптимальный способ решения, аккуратно оформляет работу.
- **8-9 баллов** – обучающийся выполняет все задания, при сохранении правильной последовательности этапов решения допускает незначительные вычислительные ошибки, аккуратно оформляет работу.
- **6-7 баллов** – обучающийся правильно выполняет 60 % заданий, допускает вычислительные ошибки, непоследовательность в решении, неаккуратность в оформлении.
- **0-5 баллов** – обучающийся правильно выполняет менее 60 % заданий, допускает существенные ошибки в вычислении и последовательности решения, оформление работы - неудовлетворительное.

Соответствие баллов шкале оценивания:

Количество баллов	Оценка обучающегося
10	отлично
8-9	хорошо
6-7	удовлетворительно
менее 6	неудовлетворительно

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Наименование практической работы	Трудоемкость, часов
1	1	Таблицы истинности. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований	1
2	2	Множества и основные операции над ними. Исследование свойств бинарных отношений. Функции	1
3	3	Использование формул комбинаторики	1
4	4	Способы задания графов	1
5	5	Алгоритмы на графах	1
6	5	Работа машины Тьюринга	1
Итого:			6

Пример задания практической работы

Практическая работа №1

«Таблицы истинности. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований»

Каждый студент получает индивидуальный вариант работы.

Вариант

1. Построить таблицы истинности для формул

1.1. $(x \rightarrow y) \rightarrow z$

1.2. $(x \rightarrow y) \leftrightarrow (\bar{y} \rightarrow \bar{x})$

2. Применяя таблицы истинности, доказать

2.1. Тожественную истинность формулы $\overline{(x \wedge \bar{x})}$

2.2. Равносильность формулы $x \wedge (y \vee z) \leftrightarrow (x \wedge y) \vee z$

3. С помощью равносильных преобразований

3.1. Упростить формулу $\bar{x} \rightarrow (x \rightarrow y)$

3.2. Доказать тождественную истинность формулы $(x \vee \bar{x} \wedge y) \leftrightarrow (x \vee y)$

3.3. Доказать соотношение $x \vee y \leftrightarrow \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}}$

Содержание отчета:

1. Титульный лист (по образцу).
2. Индивидуальное задание.
3. Выполнение: таблицы, выкладки

Защита отчета проходит в форме ответов обучающегося по содержанию выполненной работе и на вопросы преподавателя.

Примерные вопросы

1. Что называется высказыванием?
2. Привести пример высказывания. Какое высказывание называется истинным, какое ложным?
3. Что называется составным высказыванием?
4. Перечислите виды логических операций, сформулируйте их определения.
5. Перечислите известные логические связи, полученные из простейших, сформулируйте их определения.
6. Что такое таблица истинности и на основании чего она строится?
7. Перечислите варианты импликации.
8. Сформулируйте основные законы алгебры высказываний. Как они доказываются?

Основаниями для снижения количества баллов в диапазоне от **max** до **min** являются:

- небрежное выполнение,
- недостаточно полное решение,
- неправильное оформление решения,
- мелкие технические ошибки,

Отчет не может быть принят и подлежит доработке в случае:

- неверного решения отдельных задач,
- незнания ответов на вопросы преподавателя,
- неумение объяснить ход решения задачи.

Шкала оценивания и критерии оценки:

№ п/п	Показатели	Оценка (уровень)		
		высокий	средний	низкий
1	Уровень оформления отчета	1	0,8	0,6
2	Выполнение заданий работы	2	1,6	1,2
3	Понимание алгоритма решения задачи и умение его объяснить	1	0,8	0,6
4	Ответы на вопросы преподавателя	1	0,8	0,6
Итого баллов:		5	4	3

Соответствие баллов шкале оценивания:

Количество баллов	Оценка обучающегося
5	отлично
4	хорошо
3	удовлетворительно
менее 3	неудовлетворительно

УСТНЫЙ ЭКЗАМЕН

Экзамен проводится в устной форме.

В экзаменационный билет включается по два вопроса из перечня вопросов, а также одна задача из списка задач к экзамену.

Ответ должен содержать определения понятий, входящих в вопрос, утверждения теорем, интерпретацию понятий, изложение методов, указание границ их применимости.

Для получения оценки «хорошо» или «отлично» необходимо представить доказательства утверждений и теоретическое обоснование методов, привести примеры применения понятий и теорем к решению задач.

Помимо этого, обучающемуся предлагается кратко ответить на два дополнительных вопроса по темам семестра (дать определение понятия, сформулировать теорему, провести классификацию, проиллюстрировать понятие). Вопросы выбираются из перечня вопросов к экзамену и формулируются преподавателем во время устной беседы.

Процедура проведения экзамена в устной форме описана в разделе 4 настоящего документа.

Перечень вопросов для подготовки к экзамену

1. Основные понятия математической логики.
2. Высказывания. Логические связки. Варианты импликации.
3. Свойства логических операций. Таблицы истинности.
4. Булевы функции. СДНФ формы.
5. Многочлен Жегалкина.
6. Множества и операции над ними.
7. Абстрактные законы операций над множествами.
8. Эквивалентность множеств. Отношения и их свойства.
9. Разбиение на классы эквивалентности.
10. Функциональные отношения.
11. Мощность множества.
12. Бинарные отношения. Отображение множеств.
13. Двойственные функции.
14. Комбинаторика. Сочетания, размещения, перестановки
15. Бином Ньютона.
16. Предикаты. Булева алгебра предикатов.
17. Приведенные и нормальные формы в логике предикатов. Исчисление предикатов.
18. Степень вершины Маршруты, цепи циклы.
19. Связность графа. Ориентированные графы.
20. Изоморфизм графов.
21. Операции над графами.
22. Некоторые типы графов.
23. Вычислимые функции и алгоритмы.
24. Теория рекурсивных функций.
25. Нормальные алгоритмы. Алгоритм Маркова.
26. Машина Тьюринга.

Пример экзаменационного билета

Экзаменационный билет № __

1. Вопрос. Декартово произведение множеств, примеры, свойства. Соответствие, бинарное отношение. Матрица бинарного отношения. Операции над отношениями.

2. Вопрос. Понятие графа: определение, степень и связность вершины, теорема Эйлера. Ориентированный граф, матрица смежности, достижимости, инцидентности.

3. Задача. Для заданной булевой функции построить таблицу истинности, указать двоичный набор, построить двумя способами СКНФ, СДНФ. Написать многочлен Жегалкина, линейна ли

функция? $\overline{((x \downarrow y) \rightarrow \bar{z})} \oplus y$

Примеры задач для подготовки к экзамену

1. Какие из следующих высказываний истинны и какие ложны? Дайте обоснование ответа.

1.1. $\pi \in \mathbf{R}$

1.2. $3 \cos \pi \in \mathbf{Q}$

1.3. $0,1010010001... \in \mathbf{Q}$

1.4. $\emptyset \in \emptyset$

1.5. $\emptyset \in \{\emptyset\}$

1.6. $\{a, b\} \in \{\{a, b\}\}$

2. Равны ли множества

2.1. $\{1, 3, 5\}$ и $\{1, 3, 5, 1\}$

2.2. $\{11, 13\}$ и $\{\{11, 13\}\}$

2.3. $\{a, b, c\}$ и $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$

3. Дан двоичный набор булевой функции $f(x, y, z)$. Построить таблицу истинности для функции $f(x, y, z) = (01000111)$

4. Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$ R – бинарное отношение

$R = \{(a, a), (a, c), (b, a), (b, d), (c, b), (d, b), (d, c)\}$. Построить его матрицу и матрицу обратного отношения.

5. Для заданной булевой функции построить таблицу истинности, указать двоичный набор, построить двумя способами СКНФ, СДНФ. Написать многочлен Жегалкина, линейна ли

функция? $\overline{((x \downarrow y) \rightarrow \bar{z})} \oplus y$

6. Пусть $G(V, E)$ – неориентированный граф, где $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,

$E = \{(1, 4), (2, 7), (3, 9), (5, 4), (1, 5), (6, 7)\}$. Найти число связных компонент данного графа.

7. Для графа, представленного матрицей смежности, изобразить его графически и построить матрицу инцидентности.

1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1
2	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	2
0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	1	0

Шкала оценивания и критерии оценки:

Критерии оценки	Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
Уровень усвоения материала, предусмотренного программой	3	4
Умение выполнять задания, предусмотренные программой	2	3
Уровень знакомства с основной литературой, предусмотренной программой	2	3
Уровень знакомства с дополнительной литературой	1	2
Уровень раскрытия причинно-следственных связей	1	2
Уровень раскрытия междисциплинарных связей	1	2
Качество ответа (его общая композиция, логичность, убежденность, общая эрудиция)	1	2
Ответы на вопросы: полнота, аргументированность, убежденность, умение использовать ответы на вопросы для более полного раскрытия содержания вопроса	1	2
Итого баллов:	12	20

Соответствие баллов шкале оценивания:

Количество баллов	Оценка обучающегося
18-20	отлично
15-17	хорошо
12-14	удовлетворительно
менее 12	неудовлетворительно

Знания, умения и навыки обучающихся при промежуточной аттестации **в форме экзамена** определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

«Отлично» – обучающийся глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

«Хорошо» – обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

«Удовлетворительно» – обучающийся усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

«Неудовлетворительно» – обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания, задачи.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Во время проведения лекционных занятий учитывается посещаемость обучающихся, оценивается их познавательная активность на занятии.

Контрольные работы проводятся по завершении изучения темы (тем) в часы аудиторных занятий. Образцы контрольных работ или перечень примерных задач, а также требования к оформлению работ предоставляются обучающимся заранее. Проверка и оценивание контрольных работ проводится преподавателем в течение одной-двух недель, но не позднее окончания рубежной аттестации.

Отчет по практической работе представляется в письменном виде в формате, предусмотренном шаблоном отчета по индивидуальной работе. Защита отчета проходит в форме доклада обучающегося по выполненной работе, ответов на вопросы преподавателя.

В случае невыполнения контрольных и практических работ в установленные сроки обучающемуся необходимо погасить задолженность по невыполненным заданиям до проведения зачета/экзамена. График погашения задолженности устанавливается преподавателем в индивидуальном порядке с учетом причин невыполнения.

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде экзамена, что позволяет оценить достижение результатов обучения по дисциплине.

Перечень вопросов и список учебной литературы для подготовки к экзамену предоставляется в начале семестра.

Экзамен проводится в устной форме. При проведении экзамена в устной форме в аудитории может находиться одновременно не более 4-5 обучающихся, оценивание проводится преподавателем непосредственно во время экзамена.