Государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования Ленинградской области **ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ А. С. ПУШКИНА**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Проректор по учебно- методической работе\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_С.Н. Большаков |

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММа**

общепрофессиональной дисциплины

ОП.02 Теория вероятностей и математическая статистика

по специальности среднего профессионального образования

09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям)

Санкт-Петербург

2020

Рабочая программа общепрофессиональной дисциплины ОП.02 Теория вероятностей и математическая статистика разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности среднего профессионального образования (далее – СПО) 09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям).

Организация-разработчик: ГАОУ ВО ЛО «ЛГУ им. А.С. Пушкина».

Разработчик: Борейко Снежана Николаевна, преподаватель ГАОУ ВО ЛО «ЛГУ им. А.С. Пушкина».

Рассмотрено на заседании ПЦК профессиональных дисциплин.

Протокол № 1 от «31» августа 2020 г.

**СОДЕРЖАНИЕ**:

[1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ 4](#_Toc532557152)

[2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ 6](#_Toc532557153)

[3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ 12](#_Toc532557154)

[4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ 14](#_Toc532557155)

# 1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

* 1. **Область применения рабочей программы**

Рабочая программа учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является частью основной профессиональной образовательной программы подготовки специалистов среднего звена в соответствии с ФГОС по специальности СПО 09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям), базовая подготовка.

Обучение по дисциплине ведётся на русском языке.

При реализации программы учебной дисциплины методы и средства обучения и воспитания, образовательные технологии не могут наносить вред физическому или психическому здоровью обучающихся.

* 1. **Место учебной дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы**

Профессиональный цикл, общепрофессиональные дисциплины ОП.02.

* 1. **Цели и задачи учебной дисциплины – требования к результатам освое­ния учебной дисциплины**

Рабочая программа ориентирована на реализацию следующих **задач**:

1. Формирование у обучающихся общекультурных и общепрофессиональных компетенций на основе развития логического и математического мышления.
2. Изучение основных теорем и формул теории вероятностей, касающихся случайных событий и случайных величин, а также основных математических методов анализа статистической информации.
3. Использование математического аппарата для решения практических задач в сфере профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь:**

- собирать и регистрировать статистическую информацию;

- проводить первичную обработку и контроль материалов наблюдения;

- рассчитывать вероятности событий, статистические показатели и формулировать основные выводы;

- записывать распределения и находить характеристики случайных величин;

- рассчитывать статистические оценки параметров распределения по выборочным данным и проверять метод статистических испытаний для решения отраслевых задач.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать:**

- основы комбинаторики и теории вероятностей;

- основы теории случайных величин;

- статистические оценки параметров распределения по выборочным данным;

- методику моделирования случайных величин, метод статистических испытаний.

Изучение дисциплины способствует освоению

- **общих компетенций**:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и спо­собы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и каче­ство.

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффек­тивного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессио­нальной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, эффективно общаться с коллегами, руко­водством, потребителями.

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), ре­зультат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного разви­тия, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалифика­ции.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

- **профессиональных компетенций**:

ПК 1.1. Обрабатывать статический информационный контент.

ПК 1.2. Обрабатывать динамический информационный контент.

ПК 2.1. Осуществлять сбор и анализ информации для определения потребностей клиента.

ПК 2.2. Разрабатывать и публиковать программное обеспечение и информационные ресурсы отраслевой направленности со статическим и динамическим контентом на основе готовых спецификаций и стандартов.

* 1. **Количество часов на освоение программы дисциплины**

Максимальная учебная нагрузка обучающегося – 148 часов, в том числе:

- обязательная аудиторная учебная нагрузка – 96 часов;

- самостоятельная работа студента – 44 часа;

- консультации – 8 часов.

# 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

**2.1. Объём учебной дисциплины и виды учебной работы**

|  |  |
| --- | --- |
| Вид учебной работы | Объём ча­сов |
| **Максимальная учебная нагрузка (всего)** | **148** |
| **Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)** | **96** |
| в том числе:  |  |
| практические занятия | 32 |
| теоретические занятия | 64 |
| **Самостоятельная работа обучающегося (всего)** | **44** |
| в том числе: |  |
| составление конспектов | 12 |
| решение задач | 32 |
| **Консультации** | **8** |
| **Промежуточная аттестация** в форме:- дифференцированного зачёта (5 семестр) - экзамена (6 семестр) | **2** |

**2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Наименование разделов и тем | Содержание учебного материала, самостоятельная работа обучающихся | Объём часов | Уровень усвоения |
| **Раздел 1. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику** | **14** |  |
| **Тема 1.1 Теория вероятностей и математическая статистика как наука** | Содержание учебного материала: | 1 | 1 |
| 1. Предмет, задачи и области применения теории вероятностей. Исторические этапы развития теории вероятностей. |
| 2. Предмет и задачи математической статистики. Особенности статистического метода. | 1 |
| **Самостоятельная работа:**Составление конспекта на тему «Общая характеристика теории вероятностей и математической статистики». | 2 |  |
| **Тема 1.2****Элементы комбинаторики** | Содержание учебного материала: | 2 | 1 |
| 1. Понятие и правила комбинаторики. |
| 2. Виды комбинаций без повторений и с повторениями: определения, формулы. | 2 |
| Практическое занятие:Решение задач по теме «Операции комбинаторики». | 2 |  |
| **Самостоятельная работа:**Самостоятельное решение задач по комбинаторике. | 2 |  |
| **Консультация**по разделу 1. | 2 |  |
| **Раздел 2. Основы теории вероятностей** | **38** |  |
| **Тема 2.1** **Случайные события** | Содержание учебного материала: | 1 | 1 |
| 1. Понятие о случайном событии. Виды случайных событий. Соотношения между случайными событиями. |
| 2. Операции над событиями. | 1 |
| 3. Классическое определение вероятности случайного события. Статистическое, геометрическое и аксиоматическое определения вероятности. | 2 |
| Практическое занятие:Расчёт вероятностей случайных событий по формуле классического определения вероятности с использованием элементов комбинаторики. | 2 |  |
| Самостоятельная работа:Составление конспекта на тему «Вероятность случайного события».Самостоятельное решение задач по вычислению вероятностей случайных событий. | 22 |  |
| **Тема 2.2** **Основные теоремы и формулы теории вероятностей** | Содержание учебного материала: | 4 | 2 |
| 1. Теоремы сложения вероятностей для несовместных и совместных событий. Сумма вероятностей противоположных событий. |
| 2. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей для независимых и зависимых событий. Вероятность появления случайного события хотя бы один раз. | 4 |
| 1. 3. Полная вероятность гипотез. Формула Бейеса.
 | 2 |
| Практическое занятие:Расчёт вероятностей сложных событий с использованием теорем сложения и умножения вероятностей.Расчёт условных вероятностей с использованием формулы Бейеса. | 22 |  |
| Самостоятельная работа:Самостоятельное решение задач на применение формул теории вероятностей. | 4 |  |
| **Тема 2.3** **Вероятность случайного события при повторных независимых испытаниях** | Содержание учебного материала: | 2 | 1 |
| 1. Схема Бернулли для повторных независимых испытаний. |
| 2. Локальная теорема Муавра – Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. Теорема Пуассона. | 2 |
| Практическое занятие:Расчёт вероятностей случайных событий с использованием формулы Бернулли.Контрольное тестирование №1 по разделу 2. | 11 |  |
| Самостоятельная работа:Самостоятельное решение задач по вычислению вероятностей в схеме Бернулли. | 2 |  |
| **Консультация** по разделу 2. | 2 |  |
|  | **Промежуточная аттестация** (**дифференцированный зачёт** – контрольная работа №1) | **2** |  |
| Раздел 3. Случайные величины | **48** |  |
| **Тема 3.1****Виды случайных величин** | Содержание учебного материала: | 2 | 1 |
| 1. Понятие о случайной величине. Дискретные и непрерывные случайные величины. |
| 2. Способы задания случайных величин: ряд распределения вероятностей, функция распределения, плотность распределения.  | 2 |
| Практическое занятие:Интегральный и дифференциальный законы распределения случайных величин. | 2 |  |
| Самостоятельная работа:Составление конспекта на тему «Дискретные и непрерывные величины».Самостоятельное решение задач по записи законов распределения случайных величин. | 22 |  |
| **Тема 3.2** **Числовые характеристики случайной величины** | Содержание учебного материала: | 1 | 2 |
| 1. Математическое ожидание и его свойства. |
| 2. Дисперсия и её свойства. | 1 |
| 3. Среднее квадратическое отклонение. Мода и медиана. | 1 |
| 4. Моменты распределения случайных величин. | 1 |
| **Практическое занятие:** Расчёт числовых характеристик дискретной и непрерывной случайной величины. | 2 |  |
| Самостоятельная работа:Самостоятельное решение задач по вычислению числовых характеристик случайных величин. | 4 |  |
| **Тема 3.3** **Основные законы распределения случайных величин** | Содержание учебного материала: | 2 | 2 |
| 1. Законы распределения вероятностей дискретных случайных величин: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение. |
| 2. Равномерное и показательное распределения непрерывной случайной величины. | 2 |
| 3. Нормальный закон распределения. Функция Гаусса. Функция Лапласа. Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в заданный интервал. Правило «трёх сигм». | 2 |
| Практическое занятие:Расчёт вероятностей на основании закона распределения случайной величины. | 2 |  |
| Самостоятельная работа:Составление конспекта на тему «Законы распределения случайных величин».Самостоятельное решение задач на применение законов распределения случайных величин. | 24 |  |
| **Тема 3.4****Предельные теоремы теории вероятностей** | Содержание учебного материала: | 2 | 1 |
| 1. Закон больших чисел. Неравенство Маркова. Неравенство Чебышёва. |
| 2. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Теорема Пуассона. | 2 |
| 3. Центральная предельная теорема Ляпунова. | 2 |
| Практическое занятие:Расчёт вероятностей на основании закона больших чисел.Контрольное тестирование №2 по разделу 3.Контрольная работа №2 по разделу 3. | 112 |  |
| Самостоятельная работа:Самостоятельное решение задач на применение предельных теорем. | 2 |  |
| Консультация по разделу 3. | 2 |  |
| **Раздел 4. Основы математической статистики** | **46** |  |
| **Тема 4.1.****Выборочный метод в статистике** | Содержание учебного материала: | 2 | 1 |
| 1. Сущность выборочного метода. Генеральная и выборочная совокупности. Репрезентативность выборки. Виды статистических выборок. Способы отбора. |
| 2. Числовые характеристики случайной выборки. Средняя и предельная ошибка репрезентативности случайной выборки. Доверительный интервал для генеральной средней и генеральной доли. | 2 |
| **Практическое занятие:** Расчёт числовых характеристик случайной выборки. | 2 |  |
| Самостоятельная работа: Составление конспекта на тему «Статистическая выборка».Самостоятельное решение задач по теме «Применение выборочного метода». | 22 |  |
| **Тема 4.2** **Статистическая оценка параметров распределения** | Содержание учебного материала: | 2 | 2 |
| 1. Понятие о статистической оценке. Статистические распределения. Точечная оценка параметров распределения. Метод наибольшего правдоподобия. Точечные оценки числовых характеристик случайной величины.  |
| 2. Интервальная оценка параметров распределения. Доверительная вероятность и точность оценки. Интервальные оценки для генеральной средней. Вероятность попадания генеральной средней в заданный интервал. | 2 |
| 3. Интервальные оценки для генеральных дисперсии и среднего квадратического отклонения. Интервальные оценки для генеральной доли. | 2 |
| **Практическое занятие:** Точечные и интервальные оценки параметров распределения. | 2 |  |
| **Самостоятельная работа:**Самостоятельное решение задач по теме «Статистические оценки». | 4 |  |
| **Тема 4.3****Проверка статистических гипотез** | **Содержание учебного материала:** | 2 | 1 |
| 1. Понятие о статистических гипотезах. Статистические критерии. Общая процедура проверки статистической гипотезы. |
| 2. Проверка гипотезы о значении генеральной средней. Проверка гипотезы о равенстве генеральных средних двух нормально распределённых совокупностей. Проверка гипотезы о равенстве генеральных долей двух нормально распределённых совокупностей. | 2 |
| 3. Проверка гипотезы о значении генеральной дисперсии. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределённых совокупностей. | 2 |
| 4. Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Критерии согласия. | 2 |
| Практическое занятие:Решение задач по методике проверки статистических гипотез. | 2 |  |
| **Самостоятельная работа:**Самостоятельное решение задач по теме «Статистические методы проверки гипотез». | 4 |  |
| **Тема 4.4****Моделирование случайных величин** | **Содержание учебного материала:** | 1 | 1 |
| 1. Понятие о моделировании случайной величины. Система случайных величин. Закон (таблица) распределения двумерной дискретной случайной величины. Условное распределение. Построение модели линейной регрессии. |
| 2. Метод статистических испытаний. Статистические методы обработки и представления данных. | 1 |
| Практическое занятие:Моделирование случайных процессов.Контрольное тестирование №3 по разделу 4.Контрольная работа №3 по разделу 4. | 112 |  |
| **Самостоятельная работа:**Составление конспекта на тему «Метод статистических испытаний». | 2 |  |
| **Консультация** по разделу 4. | 2 |  |
|  | **Промежуточная аттестация (экзамен)** |  |  |
|  | **Итого:** | **148** |  |

Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:

1. – ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);

2. – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)

3. – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач)

# 3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

**3.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению**

Занятия проводятся в кабинете математики (аудитория 410), который имеет оснащение: компьютер преподавателя, мультимедийный проектор, экран, маркерная доска, столы и стулья обучающихся, стол и стул преподавателя, наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий

Подписка: Microsoft Imagine Premium

Идентификатор подписки: 61b01ca9-5847-4b61-9246-e77916134874

Акт предоставления прав №Tr043209 от 06.09.2016

Microsoft Office 2016 - Лицензионный договор №159 на передачу не исключительных прав на программы для ЭВМ от 27 июля 2018 г.

Помещение для самостоятельной работы (аудитория 213) укомплектовано оборудованием: компьютеры для обучающихся с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду, компьютер преподавателя, мультимедийный проектор, столы и стулья обучающихся, стол и стул преподавателя, доска маркерная.

Windows 7 x64

Подписка: Microsoft Imagine Premium

Идентификатор подписки: 61b01ca9-5847-4b61-9246-e77916134874

Акт предоставления прав №Tr043209 от 06.09.2016"

Microsoft Office 2016

Лицензионный договор №159 на передачу не исключительных прав на программы для ЭВМ от 27 июля 2018 г.

**3.2. Информационное обеспечение обучения**

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы.

**Основная литература:**

1. Васильев А. А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник и практикум для СПО. – М.: Юрайт, 2018. – 253 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

2. Калинина В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для СПО. – 2-е изд. – М.: Юрайт, 2018. – 472 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

3. Кацман Ю. Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры с решениями: Учебник для СПО. – М.: Юрайт, 2018. – 130 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

**Дополнительная литература:**

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для СПО. – 12-е изд. – М.: Юрайт, 2018. – 480 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – 11-е изд. – М.: Юрайт, 2018. – 406 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

3. Ивашев-Мусатов О. С. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник и практикум для СПО. – 3-е изд. – М.: Юрайт, 2018. – 224 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

4. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей: Учебник и практикум для СПО. – М.: Юрайт, 2018. – 271 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

5. Малугин В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник и практикум для СПО. – М.: Юрайт, 2018. – 470 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

6. Палий И. А. Теория вероятностей. Задачник: Учебное пособие для СПО. – 3-е изд. – М.: Юрайт, 2018. – 236 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

7. Попов А. М., Сотников В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник и практикум для СПО. – 2-е изд. – М.: Юрайт, 2018. – 434 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

8. Попов В. М., Сотников В. Н. Теория вероятностей: Учебное пособие для СПО. – М.: Юрайт, 2018. – 215 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

9. Сидняев Н. И. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для СПО. – М.: Юрайт, 2018. – 219 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

10. Энатская Н. Ю. Теория вероятностей: Учебное пособие для СПО. – М.: Юрайт, 2018. – 203 с. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

**Интернет ресурсы:**

1. Гусева Е. Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: Учебное пособие. – 6-е изд. – М.: Флинта, 2016. – Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976511927>.html

2. Манита А. Д. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]. – М.: МГУ, 2001. – Режим доступа: <http://teorver-online.narod.ru/>

**Электронные библиотеки:**

1. ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Режим доступа: [http://www.biblioclub.ru/](%20http%3A//www.biblioclub.ru/)

2. ЭБС Юрайт. – Режим доступа: <http://www.biblio-online.ru/>

3. ЭБС IPRbooks. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/>

# 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)** | **Коды формируемых профессиональных и общих компетенций** | **Формы и методы контроля и оценки результатов обучения** |
| **Умения:** |  |  |
| собирать и регистрировать статистическую информацию | **ОК 1 – 9,****ПК 1.1, 1.2**  | Устный опрос, проверка конспектов, выполнение практических заданий, контрольная работа, тестирование |
| проводить первичную обработку и контроль материалов наблюдения | **ОК 1 – 9,****ПК 1.1, 1.2** | Устный опрос, проверка конспектов, выполнение практических заданий, контрольная работа, тестирование |
| рассчитывать вероятности событий, статистические показатели и формулировать основные выводы | **ОК 1 – 9,****ПК 1.1, 1.2** | Устный опрос, проверка конспектов, выполнение практических заданий, контрольная работа, тестирование |
| записывать распределения и находить характеристики случайных величин | **ОК 1 – 9,****ПК 1.1, 1.2** | Устный опрос, проверка конспектов, выполнение практических заданий, контрольная работа, тестирование |
| рассчитывать статистические оценки параметров распределения по выборочным данным и проверять метод статистических испытаний для решения отраслевых задач | **ОК 1 – 9,****ПК 2.1, 2.2** | Устный опрос, проверка конспектов, выполнение практических заданий, контрольная работа, тестирование |
| **Знания:** |  |  |
| основы комбинаторики и теории вероятностей | **ОК 1 – 9,****ПК 1.1, 1.2** | Устный опрос, проверка конспектов, выполнение практических заданий, контрольная работа, тестирование |
| основы теории случайных величин | **ОК 1 – 9,****ПК 1.1, 1.2** | Устный опрос, проверка конспектов, выполнение практических заданий, контрольная работа, тестирование |
| статистические оценки параметров распределения по выборочным данным | **ОК 1 – 9,****ПК 2.1, 2.2** | Устный опрос, проверка конспектов, выполнение практических заданий, контрольная работа, тестирование |
| методику моделирования случайных величин, метод статистических испытаний | **ОК 1 – 9,****ПК 2.1, 2.2** | Устный опрос, проверка конспектов, выполнение практических заданий, контрольная работа, тестирование |

**4.2. Фонд оценочных средств**

**Задания для текущего контроля**

**1). Конспект**

Конспект– это способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности мыслей, краткая запись содержания текста, выделение главных идей и положений. Конспектирование позволяет студентам отрабатывать умения и навыки работы с учебной и научной литературой. Основные **требования** к написанию конспекта: системность и логичность изложения материала, краткость, убедительность и доказательность.

**Методические рекомендации** по составлению конспекта

Конспект представляет собой дословные выписки из текста источника. При этом конспект – это не полное переписывание чужого текста. Обычно при написании конспекта сначала прочитывается текст-источник, в нём выделяются основные положения, подбираются примеры, идёт перекомпоновка материала, а уже затем оформляется текст конспекта. Конспект может быть полным, когда работа идёт со всем текстом источника или неполным, когда интерес представляет какой-либо один или несколько вопросов, затронутых в источнике.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к ёмкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определённой последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспект воспроизводит не только мысли оригинала, но и связь между ними, в конспекте отражается не только то, о чём говорится в работе, но и что утверждается, и как доказывается.

Существуют разнообразные виды и способы конспектирования. Одним из наиболее распространённых является, так называемый **текстуальный конспект**, который представляет собой последовательную запись текста книги или лекции. Такой конспект точно передает логику материала и максимум информации.

Общую последовательность действий при составлении текстуального конспекта можно определить таким образом:

1). Уяснить цели и задачи конспектирования.

2). Ознакомится с произведением в целом: прочитать предисловие, введение, оглавление и выделить информационно значимые разделы текста.

3). Внимательно прочитать текст параграфа, главы и отметить информационно значимые места.

4). Составить конспект.

**Опорный конспект** – это развёрнутый план вашего ответа на теоретический вопрос.  Он призван помочь последовательно изложить тему, а преподавателю лучше понять и следить за логикой ответа. Опорный конспект должен содержать всё то, что учащийся собирается предъявить преподавателю в письменном виде. Это могут быть чертежи, графики, формулы, формулировки законов, определения, структурные схемы.

Основные требования к содержанию опорного конспекта:

1). Полнота – это значит, что в нём должно быть отображено всё содержание вопроса.

2). Логически обоснованная последовательность изложения.

Основные требования к форме записи опорного конспекта:

1). Опорный конспект должен быть понятен не только вам, но и преподавателю.

2). По объёму он должен составлять примерно один – два листа, в зависимости от объёма содержания вопроса.

3). Должен содержать, если это необходимо, несколько отдельных пунктов, обозначенных номерами или пробелами.

4). Не должен содержать сплошного текста.

5). Должен быть аккуратно оформлен (иметь привлекательный вид).

Методика составления опорного конспекта:

1). Разбить текст на отдельные смысловые пункты.

2). Выделить пункт, который будет главным содержанием ответа.

3). Придать плану законченный вид (в случае необходимости вставить дополнительные пункты, изменить последовательность расположения пунктов).

4). Записать получившийся план в тетради в виде опорного конспекта, вставив в него всё то, что должно быть, написано – определения, формулы, выводы, формулировки, выводы формул, формулировки законов и т. д.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремлённости, повседневной самостоятельной работы.

**Критерии** оценки конспекта:

- полнота и логика изложения учебного материала;

- грамотность написания;

- аккуратность выполнения, читаемость текста;

- наглядность и использование опорных сигналов и символов;

- самостоятельность составления.

**2). Задания для практических занятий**

Практические задачи направлены на активизацию мыслительной деятельности и закрепление навыков применения теорем и формул теории вероятностей и математической статистики.

Задачи решаются последовательно, согласно тематическому плану. При оформлении решения задач должны быть использованы общепринятые в теории вероятностей и математической статистике обозначения, приведены формулы, по которым производится расчёт, произведены вычисления. Все расчёты должны представляться в развёрнутом виде. Для избегания громоздких дробей при подстановке исходных данных рекомендуется использовать вспомогательные таблицы для внесения промежуточных итогов расчётов. Точность вычисляемых вероятностей – три десятичных знака. Ход решения задачи может сопровождаться необходимыми пояснениями. После произведённых расчётов количественных значений вычисленных показателей даётся их интерпретация и делаются обоснованные выводы.

**Типовые примеры** практических заданий:

1. В урне 10 белых и 12 чёрных шаров, вынимают 3 из них. Какова вероятность того, что среди них ровно 2 чёрных?

2. Два стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания в мишень первого стрелка равна 0,6, а для второго – 0,3. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что она принадлежит первому стрелку.

3. Вероятность того, что деталь стандартна, равна р = 0,9. Найти: а) с вероятностью 0,9545 границы (симметричные относительно р), в которых заключена доля стандартных среди проверенных 900 деталей; б) вероятность того, что доля нестандартных деталей среди них заключена в пределах от 0,08 до 0,11.

4. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени t равна 0,002. Необходимо: а) составить закон распределения оказавших за время t элементов; б) найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины; в) определить вероятность того, что за время t откажет хотя бы один элемент.

5. В течение времени t эксплуатируются 500 приборов. Каждый прибор имеет надёжность 0,98 и выходит из строя независимо от других. Оценить с помощью неравенства Чебышёва вероятность того, что доля надёжных приборов отличается от 0,98 не более чем на 0,1 (по абсолютной величине).

6. В 19%-й выборке удельный вес отличников среди исследованных 400 студентов составил 20%. С вероятностью 0,954 определить пределы, в которых находится доля студентов – отличников в генеральной совокупности.

7. Из партии, содержащей 8000 телевизоров, отобрано 800. Среди них оказалось 10% не удовлетворяющих стандарту. Найти границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля телевизоров, удовлетворяющих стандарту, во всей партии для повторной и бесповторной выборок.

8. Компания не осуществляет инвестиционных вложений в ценные бумаги с дисперсией годовой доходности более чем 0,04. Выборка из 52 наблюдений по активу А показала, что выборочная дисперсия её доходности равна 0,045. Выяснить, допустимы ли для данной компании инвестиционные вложения в актив А на уровне значимости: а) 0,05; б) 0,01.

**Критерии** оценки выполнения практических заданий:

- логичность хода решения задачи и производимых расчётов;

- правильность решения, применения формул и величин;

- грамотность и аккуратность оформления решения;

- интерпретация полученных результатов.

**3). Контрольная работа**

Контрольная работа является формой аудиторной самостоятельной работы студентов, проводимой для текущей проверки усвоения ими изученного учебного материала и закрепления практических умений и навыков решения задач.

Контрольная работа проводится по завершении изучения тематического раздела учебной дисциплины и включает себя ряд стандартных задач, которые студенты должны уметь самостоятельно решать.

Программа учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает выполнение студентами трёх контрольных работ, разбитых на два варианта.

**Типовые примеры** контрольных работ:

**1). Раздел 2 «Основы теории вероятностей»**:

Вариант 1

1. В урне находится 16 шаров, из которых 6 цветных и 10 белых. Найти вероятности полной группы событий, связанных с двукратным извлечением шара из урны при условии:

1) если вынутый первым шар возвращается обратно в урну;

2) если вынутый первым шар не возвращается обратно в урну.

2. Среди 20 деталей, подвергнутых проверке, оказалось 12 стандартных. Определить вероятность того, что из числа случайно взятых 8 деталей окажется 5 стандартных и 3 нестандартных.

3. Три стрелка стреляют в одну мишень. Известно, что вероятность попадания в мишень с одного выстрела у первого стрелка равна 0,8, у второго стрелка – 0,7, у третьего стрелка – 0,6. Найти вероятность появления в мишени не менее двух пробоин в результате одновременного выстрела всех трёх стрелков.

4. Три группы студентов численностью 25, 20 и 15 человек выполнили контрольную работу. После проверки не справились с работой и получили неудовлетворительные оценки 3 студента первой группы, 5 студентов второй группы и 4 студента третьей группы. Определить:

1) вероятность того, что случайно выбранная из всей совокупности контрольная работа имеет положительную оценку;

2) вероятность того, что случайно выбранная работа, получившая положительную оценку, была выполнена студентом второй группы.

5. Вероятность появления события в отдельном независимом испытании составляет 0,6. Найти вероятность того, что при пятикратном повторении испытания событие произойдёт не менее трёх раз.

6. Вероятность выполнения заявки центром компьютерного обслуживания составляет 0,8. Определить вероятность того, что из 225 поступивших заявок своевременно будет выполнено:

1) ровно 186 заявок;

2) от 76% до 88% поступивших заявок.

Вариант 2

1. В мешке смешаны шары трёх цветов: белых – 10, чёрных – 6, красных – 4. Найти вероятность того, что при последовательном вытягивании случайным образом двух шаров произойдут следующие события:

1) оба вытянутых шара окажутся одного цвета;

2) получена комбинация из чёрного и красного шаров;

3) не был вытянут ни один белый шар.

2. Из колоды в 36 карт случайным образом извлекается 4 карты. Определить вероятность того, что среди вытянутых карт окажутся:

1) два короля;

2) три карты бубновой масти.

3. Экзамен пришли сдавать 4 студента. Учитывая предыдущие показатели их успеваемости, вероятность успешной сдачи экзамена оценивается у первого студента – 0,92, у второго – 0,85, у третьего – 0,75, у четвёртого – 0,6. Найти вероятность того, что экзамен успешно сдадут не менее трёх студентов.

4. Продукция изготавливается тремя станками. На первом станке выпускается 40% от общего объёма продукции, на втором станке – 35%, на третьем станке – 25%. При этом вероятность брака оценивается в 3%, 4% и 2% соответственно. Определить вероятность того, что:

1) случайно выбранная из изготовленных деталь не будет бракованной;

2) случайно выбранная качественная деталь изготовлена на втором станке.

5. Вероятность появления события в отдельном независимом испытании составляет 0,8. Найти вероятность того, что при трёхкратном повторении испытания событие произойдёт не менее двух раз.

6. В консультационный центр за рабочий день в среднем поступает 196 звонков. Вероятность принятия звонка составляет 0,9. Найти вероятность того, что будет принято:

1) ровно 168 звонков;

2) от 173 до 189 звонков.

**2). Раздел 3 «Случайные величины»**:

Вариант 1

1. Случайная величина Х задана следующим законом распределения:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| pi | 0,23 | 0,32 | 0,25 | 0,12 | 0,08 |

Найти:

1) интегральную функцию распределения F(x);

2) математическое ожидание М(X);

3) дисперсию D(X);

4) среднее квадратическое отклонение σ(Х)

5) центральные моменты третьего порядка μ3 и четвёртого порядка μ4.

2. Составить биномиальный закон распределения дискретной случайной величины Х, если вероятность появления события в каждом из 4 проведённых независимых испытаний одинакова и равна 0,8. Определить математическое ожидание и дисперсию случайной величины Х.

3. Случайная величина Х задана функцией распределения F(x):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | x ≤ –1 | – 1 < x ≤ 1 | x > 1 |
| F(x) | 0 |  | 1 |

Определить:

1) функцию плотности вероятностей случайной величины f(x);

2) математическое ожидание М(X);

3) дисперсию D(X);

4) среднее квадратическое отклонение σ(Х);

5) медиану Me(X).

4. Непрерывная случайная величина Х распределена по равномерному закону с функцией распределения F(x):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | x ≤ 2 | 2 < x ≤ 8 | x > 8 |
| F(x) | 0 |  | 1 |

Определить:

1) математическое ожидание М(X);

2) дисперсию D(X);

3) вероятность попадания случайной величины Х в интервал (3; 7,5).

5. Случайная величина Х подчинена нормальному закону распределения с параметрами: математическое ожидание – 12 и дисперсия – 0,16. Найти:

1) вероятность попадания случайной величины Х в интервал (11,5; 13);

2) вероятность того, что отклонение случайной величины Х от её математического ожидания не превысит 0,54;

3) величину отклонения случайной величины Х от её математического ожидания, которую можно гарантировать с вероятностью 0,994.

6. Вероятность положительного исхода отдельного испытания равна 0,8. Проводится 500 независимых повторных испытаний, распределённых по биномиальному закону. Определить:

1) с помощью неравенства Чебышёва вероятность того, что число положительных исходов будет находиться в пределах от 350 до 450;

2) используя теорему Бернулли, вероятность того, отклонение частости положительных исходов от вероятности при отдельном испытании по абсолютной величине будет меньше 0,05;

3) минимальное количество испытаний, которые необходимо провести, чтобы отклонение частости положительных исходов от вероятности при отдельном испытании, равное 0,1, превысило по вероятности 0,95.

Вариант 2

1. Случайная величина Х задана следующим законом распределения:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| pi | 0,06 | 0,15 | 0,24 | 0,33 | 0,22 |

Найти:

1) интегральную функцию распределения F(x);

2) математическое ожидание М(X);

3) дисперсию D(X);

4) среднее квадратическое отклонение σ(Х)

5) центральные моменты третьего порядка μ3 и четвёртого порядка μ4.

2. Составить биномиальный закон распределения дискретной случайной величины Х, если вероятность появления события в каждом из 3 проведённых независимых испытаний одинакова и равна 0,7. Определить математическое ожидание и дисперсию случайной величины Х.

3. Случайная величина Х задана функцией плотности вероятностей f(x):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | x < 1 | 1 ≤ x ≤ 3 | x > 3 |
| f(x) | 0 |  | 0 |

Определить:

1) функцию распределения случайной величины F(x);

2) математическое ожидание М(X);

3) дисперсию D(X);

4) среднее квадратическое отклонение σ(Х);

5) медиану Me(X).

4. Непрерывная случайная величина Х распределена по равномерному закону с функцией распределения F(x):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | x ≤ 1 | 1 < x ≤ 10 | x > 10 |
| F(x) | 0 |  | 1 |

Определить:

1) математическое ожидание М(X);

2) дисперсию D(X);

3) вероятность попадания случайной величины Х в интервал (2,15; 8).

5. Случайная величина Х подчинена нормальному закону распределения с параметрами: математическое ожидание – 20 и дисперсия – 0,64. Найти:

1) вероятность попадания случайной величины Х в интервал (18,8; 21,6);

2) вероятность того, что отклонение случайной величины Х от её математического ожидания не превысит 1,32;

3) величину отклонения случайной величины Х от её математического ожидания, которую можно гарантировать с вероятностью 0,992.

6. Вероятность положительного исхода отдельного испытания равна 0,75. Проводится 1000 независимых повторных испытаний, распределённых по биномиальному закону. Определить:

1) с помощью неравенства Чебышёва вероятность того, что число положительных исходов будет находиться в пределах от 700 до 800;

2) используя теорему Бернулли, вероятность того, отклонение частости положительных исходов от вероятности при отдельном испытании по абсолютной величине будет меньше 0,025;

3) минимальное количество испытаний, которые необходимо провести, чтобы отклонение частости положительных исходов от вероятности при отдельном испытании, равное 0,125, превысило по вероятности 0,9.

**3). Раздел 4 «Основы математической статистики»**:

Вариант 1

1. Для выявления уровня успеваемости студентов экономического факультета вуза было отобрано 5 групп. По результатам экзаменационной сессии были зафиксированы следующие показатели успеваемости по попавшим в выборку группам:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группа | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Успеваемость, xi, балл | 3,6 | 3,8 | 4,1 | 4,2 | 4,3 |

На основе выборочных данных, предполагая, что успеваемость студентов подчиняется нормальному закону распределения, определить:

1) несмещённые точечные оценки: а) для генеральной средней успеваемости; б) для генеральной дисперсии; в) для генерального среднего квадратического отклонения;

2) с доверительной вероятностью 0,975 интервальную оценку для генеральной средней успеваемости при условии, что генеральная дисперсия составит 0,01;

3) доверительную вероятность, с которой можно гарантировать точность оценивания генеральной средней успеваемости не менее 0,04;

4) вероятность того, что средняя успеваемость студентов в генеральной совокупности окажется в интервале (3,95; 4,15).

2. В результате анализа себестоимости выпущенной предприятием продукции по выборке из 25 изделий была получена смещённая оценка выборочного среднего квадратического отклонения, равная 6 руб. Известно, что распределение себестоимости продукции подчиняется нормальному закону. Определить с доверительной вероятностью 0,9 границы доверительного интервала для генеральной дисперсии и генерального среднего квадратического отклонения.

3. Опрос выборки из 400 клиентов провайдерской компании показал, что 320 человек оказались довольными качеством предоставляемых услуг. Определить с доверительной вероятностью 0,994 интервальные оценки:

1) для генеральной доли лиц, которых устраивает работа компании;

2) для количества клиентов, удовлетворённых обслуживанием, если компания всего заключила 1200 договоров на оказание услуг.

4. По результатам исследования выборки, состоящей из 26 предприятий отрасли, было установлено, что среднее значение рентабельности за текущий год составило 6,2% при выборочной дисперсии 10,24. Учитывая, что рентабельность – случайная величина, распределённая по нормальному закону, проверить при уровне значимости α = 0,05 нулевую гипотезу H0 о том, что рентабельность в генеральной совокупности μ0 = 5% против альтернативных гипотез H1:

1) H1: μ1 ≠ 5%;

2) H1: μ1 = 6,5%.

5. Из двух генеральных совокупностей, распределённых по нормальному закону, извлечены две независимые выборки объёмом n1 = 16 и n2 = 9. Были вычислены выборочные средние = 6,8 и = 5,2 и выборочные дисперсии = 3,95 и = 3,2. Проверить при уровне значимости α = 0,01:

1) нулевую гипотезу о равенстве генеральных средних H0: μ1 = μ2 против альтернативной гипотезы H1: μ1 ≠ μ2;

2) нулевую гипотезу о равенстве генеральных дисперсий H0:  =  против альтернативной гипотезы H1:  > .

6. Из партии готовых деталей взята выборка объёмом 56 штук. После проверки качества количество деталей, соответствующих всем нормативам, составило 42. Необходимо при уровне значимости α = 0,04:

1) найти интервальную оценку генеральной доли качественных деталей;

2) проверить нулевую гипотезу о том, что доля качественных деталей в генеральной совокупности составит 72% – H0: p0 = 0,72 – против альтернативной гипотезы H1: p > p0;

3) определить минимальный объём выборки, который необходимо сделать, чтобы с доверительной вероятностью 0,89 можно было бы утверждать, что точность оценки доли качественных деталей во всей партии составит 0,05;

4) доверительную вероятность того, что доля качественных деталей в генеральной совокупности будет находиться в интервале (0,7; 1).

Вариант 2

1. Для определения рейтинга политической партии в ходе избирательной кампании было выбрано 5 регионов страны. По результатам опросов общественного мнения в этих регионах были зафиксированы следующие показатели:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Регион | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Рейтинг, xi, % | 10 | 15 | 17 | 18 | 20 |

На основе выборочных данных, предполагая, что рейтинг партии подчиняется нормальному закону распределения, определить:

1) несмещённые точечные оценки рейтинга: а) для генеральной средней; б) для генеральной дисперсии; в) для генерального среднего квадратического отклонения;

2) с доверительной вероятностью 0,9 интервальную оценку для генеральной средней;

3) вероятность того, что рейтинг партии в масштабах всей страны окажется в интервале от 13,39% до 18,61%.

2. В результате анализа доходности акций 114 предприятий отрасли была получена точечная оценка выборочной дисперсии, равная 57 руб. Известно, что распределение доходности акций подчиняется нормальному закону. Определить:

1) с доверительной вероятностью 0,9736 границы доверительного интервала для генерального среднего квадратического отклонения;

2) доверительную вероятность того, что значение генерального среднего квадратического отклонения будет заключено в интервале (7,5; 9,5).

3. При проверке качества партии продукции была произведена выборка объёмом 150 единиц, из которых 144 изделия оказались годными к использованию. Определить с доверительной вероятностью 0,92:

1) границы доверительного интервала для генеральной доли качественной продукции;

2) пределы, в которых будет находиться количество бракованной продукции (в абсолютном выражении) во всей партии, если объём генеральной совокупности составит 2000 единиц.

4. По результатам исследования выборки, состоящей из 36 торговых предприятий, было установлено, что среднее значение месячной выручки от реализации товаров составило 12,16 млн. руб. Учитывая, что выручка от реализации – случайная величина, распределённая по нормальному закону, а генеральная дисперсия равна 5,76 проверить при уровне значимости α = 0,03 нулевую гипотезу H0 о том, что выручка от реализации товаров в генеральной совокупности μ0 = 13 млн. руб. против альтернативных гипотез H1:

1) H1: μ1 ≠ μ0;

2) H1: μ1 < μ0.

5. Из двух генеральных совокупностей, распределённых по нормальному закону с генеральными дисперсиями = 204 и = 120, извлечены две независимые выборки объёмом n1 = 12 и n2 = 15. Были вычислены выборочные средние = 28 и = 22. Проверить при уровне значимости α = 0,05:

1) нулевую гипотезу о равенстве генеральных средних H0: μ1 = μ2 против альтернативной гипотезы H1: μ1 ≠ μ2;

2) нулевую гипотезу о значении генеральной дисперсии H0: == 204 против альтернативной гипотезы H1: <, если известно, что для первой генеральной совокупности выборочная дисперсия оказалась меньше генеральной дисперсии на 5%.

6. Для прохождения тестирования с целью контроля остаточных знаний из 960 студентов экономического факультета была случайным образом взята 5%-я выборка. Из числа попавших в выборку студентов с тестом успешно справились 30 человек. Необходимо на основе выборочных данных:

1) найти интервальную оценку генеральной доли успешно выполнивших тест студентов факультета с доверительной вероятностью 0,89;

2) проверить при уровне значимости α = 0,025 нулевую гипотезу о том, что с тестом справятся 75% студентов генеральной совокупности – H0: p0 = 0,75 – против альтернативной гипотезы H1: p < p0;

3) определить минимальный объём выборки, который необходимо сделать, чтобы с доверительной вероятностью 0,9836 можно было бы утверждать, что точность оценки доли успешно выполнивших тест студентов составила 0,075;

4) доверительную вероятность того, что результаты тестирования студентов в генеральной совокупности будут находиться в интервале (0,55; 0,85).

**Критерии** оценки выполнения контрольных работ:

- логичность хода решения задачи и производимых расчётов;

- правильность решения, применения формул и величин;

- грамотность и аккуратность оформления решения;

- интерпретация полученных результатов.

Правильность решения каждой задачи оценивается по трёхбалльной шкале. Шкала оценки за выполнение одной контрольной работы:

|  |  |
| --- | --- |
| Количество баллов | Оценка |
| 15 – 18  | отлично |
| 12 – 14 | хорошо |
| 9 – 11  | удовлетворительно |
| 0 – 8  | неудовлетворительно |

**4). Тесты**

Тестирование проводится с целью проверки степени усвоения теоретического материала по учебной дисциплине.

Тестирование проводится по завершении изучения тематического раздела учебной дисциплины. Каждый тест включает в себя ряд заданий для самостоятельного выполнения студентами. Приступать к выполнению теста необходимо только после проработки соответствующих тем дисциплины и осуществления самоконтроля полученных знаний.

Программа учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предусматривает выполнение, студентами трёх тестов. Каждый вопрос теста предполагает выбор одного варианта ответа из четырёх предложенных.

**Типовые примеры** тестов:

**1). Раздел 2 «Основы теории вероятностей»**:

1. Существенная черта массовых случайных явлений:

а) всегда приводят к одному и тому же результату;

б) не позволяют установить закономерности, предопределяющие их развитие;

в) обладают многократной воспроизводимостью в одинаковых условиях;

г) исход наблюдения за ними заранее предопределён.

2. Теория вероятностей как область прикладной математики зародилась:

а) в XVI веке;

б) в XVII веке;

в) в XVIII веке;

г) в XIX веке.

3. Учёный, который впервые сформулировал закон больших чисел для независимых испытаний, лежащий в основе современной теории вероятностей и математической статистики:

а) Якоб Бернулли;

б) Пьер Симон Лаплас;

в) Блез Паскаль;

г) Леонард Эйлер.

4. Если из случайных событий, образующих полную группу, в результате испытания обязательно появляется хотя бы одно из них, неважно, какое именно, то такие события:

а) совместные;

б) невозможные;

в) равновозможные;

г) единственно возможные.

5. Сумма противоположных событий представляет собой:

а) достоверное событие;

б) невозможное событие;

в) несовместное событие;

г) неполную группу событий.

6. Произведение несовместных событий представляет собой:

а) совместное событие;

б) невозможное событие;

в) достоверное событие;

г) полную группу событий.

7. Выберите верную формулу операций над событиями:

а) А· Ø = А;

б) А· Ω = Ø;

в) A + A = 2A;

г) А + Ā = Ω.

8. Согласно классическому определению, вероятность случайного события А:

а) Р(А) = 0;

б) Р(А) = 1;

в) 0 ≤ Р(А) ≤ 1;

г) Р(А) ≥ 1.

9. Если число исходов, благоприятствующих событию А, равно 4, а общее количество несовместных равновозможных элементарных исходов – 20, то вероятность события А будет равна:

а) 0,5;

б) 5;

в) 0,8;

г) 0,2.

10. Если в урне находится чёрных шаров в три раза больше, чем белых, то вероятность при однократном случайном вытаскивании вынуть белый шар будет равна:

а) 1/3;

б) 1/4;

в) 1/2;

г) 2/3.

11. Число появлений события А в общем количестве испытаний:

а) частота;

б) вероятность;

в) частость;

г) устойчивость.

12. Если вероятность случайного события равна 0,4, то вероятность противоположного события будет равна:

а) 0;

б) 0,4;

в) 0,6;

г) любому числу из интервала (0; 0,6).

13. Выборки из n по m элементов, отличающиеся только составом элементов, а порядок их следования в выборке не важен, называются:

а) сочетания;

б) размещения;

в) перестановки;

г) комбинации.

14. Количество размещений из 7 элементов по 3 элемента без повторений:

а) 24;

б) 35;

в) 210;

г) 343.

15. Количество сочетаний из 8 элементов по 5 элементов без повторений:

а) 120;

б) 792;

в) 336;

г) 56.

16. Понятие «условная вероятность» применимо для следующих событий:

а) несовместных;

б) зависимых;

в) независимых;

г) противоположных.

17. В урне находится 4 белых и 5 чёрных шаров. Вероятность вытащить два белых шара подряд (при условии, что вытащенный первым шар не возвращается в урну) будет равна:

а) 2/9;

б) 4/27;

в) 1/6;

г) 5/18.

18. Формула Т. Бейеса позволяет рассчитать:

а) априорные вероятности гипотез;

б) условные вероятности событий с учётом выдвинутых гипотез;

в) полную вероятность случайного события;

г) апостериорные вероятности гипотез.

19. Вероятность того, что случайное событие в 5 независимых испытаниях наступит ровно 2 раза, если вероятность появления этого события в одном испытании равна 0,6, составит:

а) 0,2304;

б) 0,36;

в) 0,3456;

г) 0,064.

20. Для вычисления вероятности того, что случайное событие появится в n испытаниях m раз при большом количестве проведённых испытаний, используется:

а) формула Бернулли;

б) локальная теорема Муавра – Лапласа;

в) интегральная теорема Лапласа;

г) теорема Пуассона.

**2). Раздел 3 «Случайные величины»**:

1. Характерная черта случайной величины:

а) способность принимать постоянное значение;

б) значения способны варьировать от испытания к испытанию под влиянием факторов, которые не могут быть полностью учтены;

в) значения представляют собой достоверные события;

г) не имеет закона распределения.

2. Пример дискретной случайной величины:

а) число родившихся детей в текущем месяце;

б) время ожидания автобуса на остановке;

в) поступление звонка диспетчеру аварийной службы;

г) ошибка измерения скорости движения транспортного средства.

3. Интегральный закон распределения задаёт случайную величину через:

а) вероятность принятия случайной величиной определённого значения;

б) кривую распределения случайной величины;

в) функцию распределения случайной величины;

г) функцию плотности вероятности случайной величины.

4. Способ задания непрерывной случайной величины:

а) через полигон распределения;

б) только с помощью функции распределения;

в) только с помощью функции плотности вероятности;

г) посредством как функции распределения, так и функции плотности вероятности.

5. Числовая характеристика случайной величины, выступающая центром её распределения:

а) математическое ожидание;

б) дисперсия;

в) среднее квадратическое отклонение;

г) центральный момент второго порядка.

6. Для оценки степени рассеяния значений случайной величины вокруг её среднего значения используется:

а) математическое ожидание;

б) мода;

в) медиана;

г) среднее квадратическое отклонение.

7. Математическое ожидание числа появления случайного события в 10 независимых испытаниях, если вероятность его появления в одном испытании равна 0,8, составляет:

а) 0,08;

б) 8;

в) 12,5;

г) 2.

8. Дисперсия числа появления случайного события в 10 независимых испытаниях, если вероятность его появления в одном испытании равна 0,8, составляет:

а) 0,4;

б) 1,5;

в) 1,6;

г) 6,4.

9. Степень асимметрии ряда распределения случайной величины выражает:

а) начальный момент первого порядка;

б) центральный момент второго порядка;

в) центральный момент третьего порядка;

г) центральный момент четвёртого порядка.

10. Формула Бернулли выражает следующий закон распределения случайной величины:

а) нормальное распределение;

б) равномерное распределение;

в) геометрическое распределение;

г) биномиальное распределение.

11. Закон редких явлений предполагает:

а) биномиальное распределение;

б) распределение Пуассона;

в) гипергеометрическое распределение;

г) показательное распределение.

12. Вероятность появления случайного события в одном из нескольких проведённых независимых испытаниях равна 0,8. Если известно, что данная случайная величина подчинена закону геометрического распределения, то её дисперсия составит:

а) 0,3125;

б) 1,25;

в) 5;

г) 20.

13. Функция, которая выражает закон нормированного (стандартного) нормального распределения:

а) линейная функция;

б) гамма-функция Эйлера;

в) показательная функция;

г) функция Лапласа.

14. Функция Гаусса:

а) чётная и монотонно убывающая;

б) нечётная и монотонно возрастающая;

в) чётная и монотонно возрастающая;

г) нечётная и монотонно убывающая.

15. Правило «трёх сигм» определяет:

а) вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в определённый интервал;

б) вероятность отклонения случайной величины от её математического ожидания;

в) числовые характеристики любого закона распределения;

г) параметр интенсивности простейшего (пуассоновского) потока событий.

16. Закон больших чисел:

а) доказывает практическую возможность маловероятных событий;

б) обосновывает неустойчивость среднего значения признака;

в) устанавливает закономерности, при которых совместное воздействие ряда факторов становится почти не зависимым от случая;

г) показывает недостоверность событий при большом числе наблюдений.

17. Неравенство П. Л. Чебышёва задаёт:

а) условие того, что случайная величина превзойдёт по своему значению определённое положительное число;

б) вероятность отклонения случайной величины от её математического ожидания на сколь угодно малое число;

в) сходимость относительной частоты случайного события к вероятности этого события при неограниченном увеличении числа опытов;

г) условие, при котором суммы отклонений средних арифметических величин от средних арифметических их математических ожиданий сходятся по вероятности к нолю.

18. Центральную предельную теорему теории вероятностей доказал:

а) Якоб Бернулли;

б) Пьер Лаплас;

в) П. Л. Чебышёв;

г) А. М. Ляпунов.

19. Вероятность того, что случайная величина отклонится от своего математического ожидания меньше, чем на 2, если дисперсия этой величины составляет 0,8, равна:

а) 0,2;

б) 0,4;

в) 0,8;

г) 0,96.

20. Вероятность того, что относительная частота случайной величины отклонится от вероятности этого события, равного 0,7, меньше чем на 0,05 при 600 проведённых испытаниях, составит:

а) 0,86;

б) 0,315;

в) 0,837;

г) 0,14.

**3). Раздел 4 «Основы математической статистики»**:

1. Математическая статистика как область прикладных исследований:

а) задаёт априорные статистические закономерности в виде полностью детерминированных моделей;

б) в отличие от теории вероятностей, не изучает случайные события и процессы;

в) занимается обработкой больших массивов данных для принятия управленческих решений в условиях неопределённости;

г) определяет возможные исходы экспериментов.

2. Выборочный метод, применяемый математической статистикой, предполагает:

а) изучение всех единиц статистической совокупности;

б) оценку параметров распределения признака на основе изучения части единиц генеральной совокупности с определённой доверительной вероятностью;

в) достоверную оценку интересующего параметра распределения;

г) устранение ошибки репрезентативности выборки.

3. Выборочная точечная оценка параметров распределения случайной величины, обладающая наименьшей дисперсией для данного объёма выборки:

а) несмещённая;

б) смещённая;

в) состоятельная;

г) эффективная.

4. Точечная оценка математического ожидания случайной величины, удовлетворяющая требованиям несмещённости, состоятельности и эффективности:

а) выборочная средняя;

б) выборочная дисперсия;

в) выборочное среднее квадратическое отклонение;

г) относительная частота.

5. Несмещённая точечная оценка дисперсии генеральной совокупности:

а) выборочная дисперсия;

б) выборочная дисперсия, исправленная на поправку Бесселя;

в) генеральная дисперсия;

г) коэффициент вариации.

6. Объём статистической совокупности, при котором поправка Бесселя составит 1,05:

а) 21;

б) 5;

в) 20;

г) 105.

7. Границы доверительного интервала параметра генеральной совокупности увеличатся при условии:

а) увеличения уровня значимости;

б) уменьшения доверительной вероятности;

в) увеличения точности оценки;

г) увеличения объёма выборки.

8. Статистический критерий, используемый для интервальной оценки генеральной средней при неизвестном среднем квадратическом отклонении:

а) нормированное нормальное распределение;

б) F-критерий Р. Фишера;

в) критерий χ2 К. Пирсона;

г) t-критерий Стьюдента.

9. Из генеральной совокупности со средним квадратическим отклонением σ = 3,6 взята выборка объёмом n = 9. Точность оценки генеральной средней при коэффициенте доверия по закону нормального распределения t = 2,5 составит:

а) 3;

б) 10,8;

в) 3,6;

г) 1.

10. Интервальная оценка количества появлений случайного события в результате независимых испытаний строится на основе:

а) генеральной доли;

б) выборочной доли;

в) выборочной дисперсии;

г) генеральной дисперсии.

11. Выдвигаемая для статистической проверки гипотеза называется:

а) истинная;

б) альтернативная;

в) конкурирующая;

г) нулевая.

12. Область отклонения статистической гипотезы:

а) статистический критерий;

б) область допустимых значений;

в) критическая область;

г) уровень значимости.

13. Ошибка второго рода при проверке статистических гипотез заключается в следующем:

а) отклонение нулевой гипотезы, когда она верна;

б) принятие нулевой гипотезы, когда она верна;

в) отклонение нулевой гипотезы, когда она не верна;

г) принятие нулевой гипотезы, когда она не верна.

14. При проверке статистической гипотезы о равенстве генеральных средних двух статистических совокупностей, распределённых по нормальному закону, альтернативная гипотеза H1: μ1 < μ2 требует применения:

а) правосторонней критической области;

б) левосторонней критической области;

в) двусторонней критической области;

г) критической области по критерию Фишера – Снедекора.

15. Доверительная вероятность, с которой можно принять статистическую гипотезу о значении генеральной средней при известной генеральной дисперсии при уровне значимости α = 0,04 и правосторонней критической области:

а) 0,96;

б) 0,98;

в) 0,92;

г) 0,08.

16. Гипотеза о значении генеральной дисперсии проверяется с помощью следующего статистического критерия:

а) критерий χ2 К. Пирсона;

б) t-критерий Стьюдента;

в) функция Лапласа;

г) F-критерий Р. Фишера.

17. Количество параметров распределения Стьюдента, влияющее на количество его степеней свободы:

а) 0;

б) 1;

в) 2;

г) 3.

18. Границы критической области при проверке статистической гипотезы о значении вероятности определяется на основе:

а) функции Лапласа;

б) t-распределения;

в) F-распределения;

г) G-распределения.

19. Критерий согласия предназначен для проверки статистической гипотезы:

а) о равенстве генеральных средних двух генеральных совокупностей;

б) о равенстве генеральных дисперсий двух генеральных совокупностей;

в) о значении генеральной доли;

г) о законе распределения генеральной совокупности.

20. Если наблюдаемое значение t-критерия Стьюдента при проверке гипотезы о значении генеральной средней при неизвестной генеральной дисперсии оказалось меньше критического значения этого критерия, то это означает:

а) гипотеза H0: μ = μ0 признаётся верной при максимизации вероятности попадания в критическую область;

б) гипотеза H0: μ = μ0 отвергается в пользу гипотезы H1: μ ≠ μ0 с вероятностью ошибки α;

в) гипотеза H0: μ = μ0 принимается с вероятностью ошибки β;

г) гипотеза H0: μ = μ0 признаётся неверной при минимизации вероятности попадания в критическую область.

Правильный ответ на каждое тестовое задание оценивается в 1 балл, неправильный ответ – 0 баллов.

Шкала оценки результатов выполнения одного теста:

|  |  |
| --- | --- |
| Количество баллов | Оценка |
| 16 – 20  | отлично |
| 13 – 15 | хорошо |
| 10 – 12  | удовлетворительно |
| 0 – 9  | неудовлетворительно |

**Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» включает в себя дифференцированный зачёт (5 семестр) и экзамен (6 семестр).

Подготовка студентов к различным формам контроля знаний предполагает достижение следующего результата в изучении теории вероятностей и математической статистики:

*- знание теоретического содержания* учебного материала и умение работать с ним (объяснение понятий, формул и теорем);

*- обладание навыками решения практических задач*.

**Дифференцированный зачёт** может проводится как в устной форме (собеседование по изученному материалу), так и в письменной форме (выполнение теста №1 и контрольной работы №1). В ходе аттестации учитываются результаты выполнения заданий на практических занятиях и внеаудиторной самостоятельной работы.

**Список вопросов к экзамену:**

**а) теоретическая часть:**

1. Теория вероятностей и математическая статистика как наука.

2. События и операции над ними.

3. Понятие о вероятности: основные подходы к определению.

4. Способы комбинации элементов.

5. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

6. Полная вероятность несовместных событий. Формула Т. Бейеса.

7. Формула Я. Бернулли для повторных независимых испытаний.

8. Локальная и интегральная теоремы А. Муавра – П. Лапласа.

9. Случайная величина и способы её задания. Интегральный и дифференциальный законы распределения случайных величин.

10. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин.

11. Законы распределения дискретных случайных величин.

12. Законы распределения непрерывных случайных величин.

13. Нормальный закон распределения. Свойства функций К. Гаусса и П. Лапласа.

14. Вероятность попадания непрерывных случайных величин, распределённых по нормальному закону, в заданный интервал. Вероятность отклонения случайной величины от её математического ожидания. Правило «трёх сигм».

15. Закон больших чисел. Неравенства А. А. Маркова и П. Л. Чебышёва. Теорема П. Л. Чебышёва.

16. Теоремы Я. Бернулли и С. Пуассона. Центральная предельная теорема А. М. Ляпунова.

17. Задачи математической статистики. Статистические распределения.

18. Точечные оценки параметров распределения случайных величин.

19. Интервальные оценки параметров генеральной совокупности. Доверительная вероятность.

20. Понятие и методология осуществления проверки статистических гипотез. Статистические критерии.

21. Проверка гипотез о генеральной средней.

22. Проверка гипотез о генеральной дисперсии и среднем квадратическом отклонении.

23. Проверка гипотез о генеральной доле (вероятности).

24. Проверка гипотез о сравнении генеральных средних и генеральных дисперсий двух нормально распределённых статистических совокупностей.

25. Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Критерий согласия К. Пирсона.

**б) практическая часть:**

1. Вероятность случайных событий и комбинаторика.

2. Основные формулы теории вероятностей.

3. Повторные независимые испытания.

4. Дискретные случайные величины.

5. Непрерывные случайные величины.

6. Нормальное распределение и закон больших чисел.

7. Статистическая оценка параметров распределения.

8. Проверка статистических гипотез.

Экзамен проводится по билетам. В каждый билет включается один теоретический вопрос и две практические задачи. В ходе аттестации учитываются результаты выполнения трёх контрольных работ, трёх тестов, заданий на практических занятиях и внеаудиторной самостоятельной работы.

**Перечень** практических задач, выносимых на экзамен:

**Задача 1.** Два стрелка стреляют по мишень. Первый из них произвёл 20 выстрелов и попал в мишень 17 раз. Второй стрелок произвёл 25 выстрелов и попал по мишени 21 раз. Определить, у какого стрелка вероятность попадания в мишень выше.

**Задача 2.** В урне находятся шесть белых и четыре чёрных шара. Наугад извлекаются три шара. Найти вероятность следующих событий:

1) все три шара окажутся белыми;

2) извлечены два белых и один чёрный шар;

3) извлечены один белый и два чёрных шара;

4) все три шара окажутся чёрными.

**Задача 3.** В корзине находятся 8 чёрных шаров, 7 белых шаров и 5 красных шаров. Случайным образом вытаскиваются три шара. Определить вероятности следующих событий:

1) вытащено по одному шару каждого цвета;

2) все шары чёрного цвета;

3) два белых и один красный шар.

**Задача 4.** В группе учатся 16 студентов, среди которых 7 отличников. В выборку случайным образом отобрали 8 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов окажется 5 отличников.

**Задача 5.** Программа экзамена содержит 36 вопросов. Для успешной сдачи экзамена студент должен ответить на оба вопроса, включённых в билет из данного перечня. Студент к началу экзамена успел выучить 28 вопросов. Подсчитать вероятность успешной сдачи студентом экзамена.

**Задача 6.** На вхождение в состав сборной команды вуза для участия в спортивных соревнованиях претендуют 12 юношей и 16 девушек. Случайным образом необходимо отобрать 10 человек. Определить вероятности следующих событий:

1) в сборной окажутся только девушки;

2) в сборной будут 6 юношей и 4 девушек;

3) в сборной будет одинаковое количество юношей и девушек.

**Задача 7.** В ящике находится 40 изготовленных деталей. По результатам предыдущих проверок качества было установлено, что средний процент брака оставляет 5%. Определить:

1) вероятность того, что единственная вытащенная из ящика деталь окажется бракованной;

2) вероятность того, среди 10 вытащенных случайным образом деталей не будет ни одной бракованной.

**Задача 8.** Студенту необходимо сдать три экзамена. Вероятность успешной сдачи первого экзамена оценивается в 0,84, второго – 0,75, третьего – 0,7. Найти вероятность того, что студент:

1) не сдаст хотя бы один экзамен;

2) сдаст успешно два экзамена.

**Задача 9.** В производстве продукции задействовано три станка. Вероятности их безотказной работы в течение смены составляют: у первого станка – 0,88, у второго станка – 0,75, у третьего станка – 0,85. Вычислить вероятности следующих событий:

1) все три станка отработают смену без отказа;

2) один станок откажет;

3) два станка откажут;

4) все три станка откажут.

**Задача 10.** Вероятность попадания в цель при одновременном залпе из двух орудий равна 0,48. Найти вероятность поражения цели первым орудием, если для второго орудия эта вероятность равна 0,75.

**Задача 11.** Вероятность попадания в мишень стрелком при одном выстреле равна 0,8. Сколько выстрелов должен произвести стрелок, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,512, можно было бы ожидать, что не будет ни одного промаха.

**Задача 12.** В урне содержится 7 белых и 5 чёрных шаров. Вычислить вероятность вытащить при случайном последовательном извлечении по одному шару три раза подряд чёрный шар при условии, если:

1) вытащенный шар каждый раз после извлечения возвращается обратно в урну;

2) вытащенный чёрный шар не возвращается в урну.

**Задача 13.** В урне находятся 10 белых и 6 чёрных шаров. Определить вероятность того, что выбранные наугад два шара окажутся одного цвета.

**Задача 14.** В первом ящике находятся 5 белых и 3 чёрных шара, а во втором ящике – 4 белых и 6 чёрных шаров. Из второго ящика берут наугад два шара и перекладывают в первый ящик, а затем из первого ящика вытаскивают один шар. Подсчитать вероятность, что вытащенный шар окажется чёрным.

**Задача 15.** Имеется 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без него.

**Задача 16.** Имеется три партии деталей по 20 штук в каждой. Число стандартных деталей в них равно 18, 16 и 12 соответственно. Из случайно выбранной партии наудачу была извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Деталь возвращается в партию и вторично из той же партии опять наудачу извлекают деталь, которая также оказывается стандартной. Найти вероятность того, что детали были извлечены из третьей партии.

**Задача 17.** Монету подбросили 8 раз. Найти вероятность того, что герб выпадет

1) ровно 3 раза;

2) более 5 раз.

**Задача 18.** Найти вероятность того, что событие А появится не менее трёх раз в четырёх независимых испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4.

**Задача 19.** Вероятность рождения мальчика составляет 0,515. Определить вероятность того, что из 1000 родившихся детей будет 520 мальчиков.

**Задача 20.** Найти вероятность того, что событие А наступит 1500 раз в 2400 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,6.

**Задача 21.** Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна 0,8. Найти вероятность того, что событие появится:

1) не менее 75 и не более 90 раз;

2) не менее 80 раз.

**Задача 22.** Вероятность появления события в каждом из 900 независимых испытаний равна 0,5. Найти вероятность того, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,02.

**Задача 23.** В урне содержатся чёрные и белые шары в отношении 4:1. После извлечения шара регистрируется его цвет, и шар возвращается в урну. Найти наименьшее число извлечений, при котором с вероятностью 0,95 можно ожидать, что абсолютная величина отклонения относительной частоты появления белого шара от его вероятности будет не более чем 0,01.

**Задача 24.** Вероятность изготовления бракованного изделия равна 0,01. Вычислить вероятность того, что в партии из 200 изделий число бракованных составит от 2 до 4.

**Задача 25.** Стрелок, имея 4 патрона, стреляет по удаляющейся цели до первого попадания или израсходования всех патронов. Составить закон распределения числа произведённых выстрелов, если вероятность попадания при первом выстреле равна 0,8, а при каждом следующем уменьшается на 0,1. Найти функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

**Задача 26.** Рабочий обслуживает 3 станка, вероятности выхода из строя каждого из которых в течение часа соответственно равны 0,2; 0,15 и 0,1. Составить закон распределения числа станков, не требующих ремонта в течение часа. Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

**Задача 27.** Из урны, содержащей 6 белых и 4 чёрных шара, случайным образом и без возвращения извлекают 3 шара. Составить функцию распределения случайной величины – числа чёрных шаров среди извлечённых и найти её математическое ожидание.

**Задача 28.** Написать биномиальный закон распределения дискретной случайной величины Х – числа появления герба при трёх бросаниях монеты. Вычислить её математическое ожидание и дисперсию.

**Задача 29.** Дискретная случайная величина задана следующим законом распределения:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 4 | 6 | x3 |
| p | 0,5 | 0,3 | p3 |

Найти x3 и p3, если известно, что М(Х) = 8.

**Задача 30.** Непрерывная случайная величина Х задана интегральной функцией распределения F(x):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | х ≤ 2  | 2 < x ≤ 6 | x > 6 |
| F(x) | 0 | 0,25(x – 2) | 1 |

Найти:

1) функцию плотности вероятностей f(x);

2) математическое ожидание М(Х);

3) дисперсию D(Х);

4) вероятность того, что случайная величина попадёт в интервал (2,4; 4).

**Задача 31.** Непрерывная случайная величина Х задана дифференциальной функцией распределения f(x):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | х ≤ 1  | 1 < x ≤ 4 | x > 4 |
| f(x) | 0 | 2х / 15  | 0 |

Найти:

1) интегральную функцию распределения;

2) математическое ожидание и дисперсию;

3) моду и медиану;

4) вероятность того, что случайная величина Х попадёт в интервал (1,6; 2,9).

**Задача 32.** Определить вероятность того, что случайная величина Х, распределённая по равномерному закону на интервале [0; 4], попадёт в интервал [–1; 1].

**Задача 33.** Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины Х, равномерно распределённой в интервале (2; 8).

**Задача 34.** Найти математическое ожидание и дисперсию показательного распределения, заданного:

1) плотностью распределения f(x) = 5e-5x;

2) функцией распределения F(x) = 1 – e-0,1x.

**Задача 35.** Осуществляется контроль длины изготовленных деталей, которая распределена по нормальному закону с математическим ожиданием (проектная длина), равным 50 мм. Среднее квадратическое отклонение – 4 мм. Найти вероятность того, что:

1) длина наудачу взятой детали заключена в границах от 40 до 55 мм;

2) отклонение длины изготовленной детали от проектной по абсолютной величине не превзойдёт 5 мм.

**Задача 36.** Производится взвешивание некоторого вещества. Случайные ошибки взвешивания подчинены нормальному закону распределения со средним квадратическим отклонением 20 г. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей по величине 10 г.

**Задача 37.** Случайная величина Х распределена нормально с математическим ожиданием 10 и средним квадратическим отклонением 5. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадёт величина Х в результате испытания.

**Задача 38.** Средний урожай пшеницы в регионе составил 28 ц/га. Оценить вероятность того, что с наудачу взятого гектара урожайность превысит 30 ц.

**Задача 39.** В сеть включено 20 независимо работающих приборов, вероятность отказа каждого из которых за установленное время равна 0,05. С помощью неравенства Чебышёва оценить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом отказавших элементов и математическим ожиданием отказов окажется меньше двух.

**Задача 40.** Вероятность появления события в каждом испытании равна 0,5. Используя неравенство Чебышёва, оценить вероятность того, что число Х появления события заключено в пределах от 40 до 60, если будет проведено 100 независимых испытаний.

**Задача 41.** При изготовлении деталей брак составляет 1%. Оценить вероятность того, что при просмотре партии в 1000 штук выявляется отклонение доли бракованных изделий от установленного процента брака меньше чем на 0,5%.

**Задача 42.** Дисперсия каждой из 6400 независимо распределённых случайных величин равна 25. Найти вероятность того, что среднее арифметическое этих случайных величин отклонится от своего математического ожидания не более, чем на 0,04.

**Задача 43.** Найти доверительный интервал для оценки с надёжностью 0,954 генеральной средней нормально распределённого признака Х, если генеральное среднее квадратическое отклонение равно 5, выборочная средняя 14, а объём выборки 25.

**Задача 44.** По данным 16 независимых измерений некоторой физической величины найдены выборочное среднее 42,8 и исправленное среднее квадратическое отклонение 8. Оценить истинное значение измеряемой величины с надёжностью 0,99.

**Задача 45.** Из генеральной совокупности извлечена выборка объёмом 20:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| варианта | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| частота | 1 | 3 | 6 | 5 | 3 | 2 |

Оценить с надёжностью 0,95 границы доверительного интервала для генеральной средней нормально распределённого признака.

**Задача 46.** Из 8000 человек, проживающих в городе, составлена выборка в 200 человек, причём 60% из них положительно оценили деятельность городской администрации. Оценить с доверительной вероятностью 0,885 долю и число всех жителей города, поддерживающих администрацию.

**Задача 47.** Из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением 5,2 извлечена выборка объёмом 100 и по ней найдена выборочная средняя 27,5. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу Н0: μ = μ0 = 25 при конкурирующей гипотезе Н1: μ ≠ 25.

**Задача 48.** По выборке объёма 16, извлечённой из нормальной генеральной совокупности, найдены выборочная средняя 118 и исправленное среднее квадратическое отклонение 3,6. Требуется при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу Н0: μ = μ0 = 120

1) при конкурирующей гипотезе Н1: μ ≠ 120;

2) при конкурирующей гипотезе Н1: μ < 120.

**Задача 49.** Партия изделий принимается, если дисперсия контролируемого размера значимо не превышает 0,2. Выборочная дисперсия, найденная по выборке объёмом 21, оказалась равной 0,3. Можно ли принять партию при уровне значимости 0,01.

**Задача 50.** По двум независимым выборкам, объёмы которых равны 11 и 14, извлечённым из нормальных генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии 0,76 и 0,38. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу Н0: σ12 = σ22 о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе Н1: σ12 > σ22.

**Критерием** оценкизнаний на экзамене являются уровень освоения материала учебной дисциплины, при этом учитывается:

- полнота представленного ответа;

- логика ответа;

- глубина знаний;

- правильность решения задач.