ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИМЕНИ А.С. ПУШКИНА»**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической

работе

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ С.Н.Большаков

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины

**Б1.О.10.06 ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ**

Направление подготовки **44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль) **Информатика и математика**

(год начала подготовки - 2022)

Санкт-Петербург

2022

# 1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индекс компетенции | Содержание компетенции(или ее части) | Индикаторы компетенций(код и содержание) |
| ОПК-8 | Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний | ИОПК-8.1. Демонстрирует специальные научные знания в предметной области.ИОПК-8.2. Осуществляет трансформацию специальных научных знаний в соответствии с психофизиологическими, возрастными, познавательными особенностями обучающихся.ИОПК-8.3. Владеет навыками осуществления урочной и внеурочной деятельности в соответствии с предметной областью. |
| ПК-3 | Способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса | ИПК-3.1. Знает необходимые для реализации образовательного процесса при обучении математике современные математические и методические теории.ИПК-3.2. Умеет отбирать, анализировать необходимые для реализации образовательного процесса при обучении математике математические и методические теории.ИПК-3.3. Владеет навыками применения предметных математических и методических знаний при реализации образовательного процесса по математике. |

# 2. Место дисциплины в структуре ОП

Цель дисциплины: формирование систематизированных знаний в области математической логики, о роли математической логики в решении проблем оснований математики, систематизированных знаний в области теории алгоритмов, ознакомление с общими свойствами алгоритмов, с математическими уточнениями интуитивного понятия алгоритма.

Задачи дисциплины:

* знакомство обучающихся с интуитивным понятием алгоритма, мотивировать (в историческом аспекте) необходимость его уточнения;
* определение структуры класса вычислимых функций (примитивно рекурсивные, общерекурсивные, частично рекурсивные функции);
* характеристика основных моделей вычислений, таких, как частично рекурсивные описания, машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова;
* выявление алгоритмической природы множеств целых неотрицательных чисел (рекурсивные множества, рекурсивно перечислимые множества), их теоретико- множественные свойства;
* изучение понятия алгоритмически неразрешимой массовой проблемы и алгоритмической сводимости, рассмотреть примеры таких проблем в самой теории алгоритмов и в других областях математики, таких, как математическая логика, теория чисел, алгебра, а также в информатике.

Дисциплина относится к обязательной части блока 1. Дисциплины (модули), модуль Компьютерная математика.

Освоение дисциплины и сформированные при этом компетенции необходимы в последующей деятельности.

# 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 академических часа *(1 зачетная единица соответствует 36 академическим часам).*

Очная форма обучения

|  |  |
| --- | --- |
| Вид учебной работы | Трудоемкость в акад.час |
|  | Практическая подготовка |
| **Контактная работа (аудиторные занятия) (всего):** | 94 |
| в том числе: |  |
| Лекции | 32 | - |
| Лабораторные работы / Практические занятия (в т.ч. зачет) | -/62 | -/- |
| **Самостоятельная работа (всего)** | 113 |
| **Вид промежуточной аттестации (экзамен):** | 45 |
| контактная работа | 2,35 |
| самостоятельная работа по подготовке к экзамену | 33,65 |
| **Общая трудоемкость дисциплины (в час. /з.е.)** | 252/7 |

Заочная форма обучения

|  |  |
| --- | --- |
| Вид учебной работы | Трудоемкость в акад.час |
|  |  | Практическая подготовка |
| **Контактная работа (аудиторные занятия) (всего):** | 22 |
| в том числе: |  |
| Лекции | 8 | - |
| Лабораторные работы/ Практические занятия | -/14 | -/- |
| **Самостоятельная работа (всего)** | 217 |
| **Вид промежуточной аттестации (зачет):** | 4 |
| контактная работа | 0,25 |
| самостоятельная работа по подготовке к зачету | 3,75 |
| **Вид промежуточной аттестации (экзамен):** | 9 |
| контактная работа | 2,35 |
| самостоятельная работа по подготовке к экзамену | 6,65 |
| **Общая трудоемкость дисциплины (в час. /з.е.)** | 252/7 |

# 4. Содержание дисциплины

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, составленных на основе результатов научных исследований, проводимых организацией, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

**4.1. Блоки (разделы) дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
| № | Наименование блока (раздела) дисциплины |
| 1 | Математическая логика |
| 2 | Теория алгоритмов |

## 4.2. **Примерная тематика курсовых проектов (работ)**

Курсовая работа по дисциплине не предусмотрена учебным планом.

**4.3. Перечень занятий, проводимых в активной и интерактивной формах, обеспечивающих развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств. Практическая подготовка\*.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование блока (раздела) дисциплины | Занятия, проводимые в активной и интерактивной формах | Практическая подготовка\* |
| Форма проведения занятия | Наименование видов занятий |
| 1 | Математическая логика | практическое занятие | выполнение практического задания |  |
| 2 | Теория алгоритмов | практическое занятие | коллоквиум |  |

Практическая подготовка при реализации учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей) организуется путем проведения практических занятий, практикумов, лабораторных работ и иных аналогичных видов учебной деятельности, **предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.**

# 5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

## **5.1. Вопросы для подготовки к коллоквиуму**

по материалу 4 семестра

1. Понятие высказывания.
2. Логические операции над высказываниями.
3. Формулы логики высказываний.
4. Равносильные преобразования.
5. Отношение логического следования в алгебре высказываний.
6. Теорема о функциональной полноте пропозиционального языка.
7. Аксиомы исчисления высказываний. Отношение выводимости. Транзитивность отношения выводимости.
8. Локальность отношения выводимости.
9. Теорема адекватности.
10. Теорема дедукции.
11. Теорема о противоречии.

## 5.2. З**адачи для самостоятельного решения**

1. Упростите формулу: A→(B→(A&B)).
2. Приведите формулу к СДНФ: A→(B→(A&С)).
3. Не пользуясь теоремой полноты, докажите, что формула В выводима из формулы А&B.
4. Докажите выполнимость формулы (X→Y)→Y.
5. Постройте отрицание высказывания: «Если 232+1 четное число, то оно не кратно 3».
6. Задайте формулой пропозициональную функцию от трех переменных, принимающую значение, отличное от большинства переменных.
7. Постройте вывод формулы С в теории А→(В→С), А→В, А.

Задания по модулю I

№1. Решите систему логических уравнений:

1., 2. , 3. 

4. , 5.  6. 

7. , 8. , 9. 

№2. Составьте таблицу истинности для формулы алгебры высказываний:

1. ,
2. ,
3. ,
4. ,
5. ,
6. ,
7. ,
8. ,
9. ,
10. .

№3. Разбейте высказывание на элементарные, запишите в виде формулы, постройте отрицание высказывания, используя отрицание формулы:

1. Если вечером будет дождь, то Иван останется дома или должен будет взять такси.
2. Если я встану рано и пойду на работу, то буду доволен, а если не встану рано, то не буду доволен.
3. Если «Зенит» выиграет, а «Рубин» проиграет, то «Динамо» потеряет первое место.
4. Если дети поедут в летний лагерь, то мы или отправимся в туристическую прогулку, или останемся дома.
5. Хлеба уцелеют тогда и только тогда, когда будут вырыты ирригационные каналы, если хлеба не уцелеют, то фермеры разорятся.
6. Если в воскресение будет хороший день, то мы отправимся в лес, а если день будет плохой, то будем смотреть телевизор.
7. Если Антон переутомился или болен, то он раздражается и не разговаривает с нами.
8. Если у меня будет свободный вечер, то я почитаю книгу или посмотрю видеофильм.
9. Вечер будет удачным в том и только том случае, когда придет Петр, а если Петр не придет, то гости быстро разойдутся по домам.
10. Мы поедем на речку в том и только том случае, если будет солнечная погода, или мы пойдем в зоопарк.

№4. Разбейте высказывание на элементарные и запишите в виде кванторной формулы:

1. Либо каждый любит кого-то и никто не любит всех, либо некто любит всех и кто-то не любит никого.
2. Сумма любых двух чисел, имеющих различную четность, есть число нечетное.
3. Всякий друг Мартина есть друг Джона, а Питер не есть друг Джона, следовательно, Питер не есть друг всякого друга Мартина.
4. Если все рыбы, кроме акул, добры к детям, то найдутся дети, не любящие акул.
5. Если либо всякий любитель выпивки общителен, либо некий ростовщик честен и не пьет вина, то неверно, что всякий ростовщик общителен.
6. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная прямая.
7. Поскольку не все птицы могут летать, то есть птицы, не умеющие плавать.
8. Если все школьники пошли в кино или в театр, то все школьники пошли в кино или некоторые школьники пошли в театр.
9. Иногда встречаются люди с глазами разного цвета, значит, есть кареглазые люди или все люди голубоглазы или сероглазы.
10. Не все кошки серы, поэтому все кошки не серые.

№5. Сформулируйте данное утверждение в терминах необходимости, достаточности:

1. Если в четырехугольник можно вписать окружность, то этот четырехугольник – ромб.
2. Если в четырехугольник можно вписать окружность, то сумма длин противоположных сторон четырехугольника равны.
3. Если параллелограмм является прямоугольником, то вокруг него можно описать окружность.
4. Если медиана в треугольнике равна половине стороны, которую она делит, то этот треугольник прямоугольник.
5. Если две медианы в треугольнике равны, то этот треугольник равнобедренный.
6. Если в пирамиде двугранные углы при основании равны, то в основание этой пирамиды можно вписать окружность.
7. Если целое число делится на дав различных простых числа, то оно делится на их произведение.
8. Если каждое из двух натуральных чисел делится на три, то их сумма делится на три.
9. Если медианы в треугольнике равны, то треугольник является равносторонним.
10. Если четырехугольник – параллелограмм, то его противоположные стороны равны и параллельны.

№6. Сформулируйте для данной теоремы обратное, противоположное, обратно противоположное утверждения:

1. Если последовательность монотонная и имеет предел, то она ограничена.
2. Если функция дифференцируема и монотонно убывающая, то ее производная отрицательна.
3. Если производная функции в точке равна нулю и эта точка является точкой максимума функции, то при переходе через нее производная меняет знак с плюса на минус.
4. Если функция дифференцируема и ее производная положительна, то функция монотонно возрастающая.
5. Если система линейных уравнений является однородной и ранг системы совпадает с числом неизвестных, то система обладает только нулевым решением.
6. Если число *a* положительное, а число *b* отрицательное, то произведение этих чисел отрицательно.
7. Если прямые *a* и *b* перпендикулярны плоскости , то они параллельны друг другу.
8. Если система линейных уравнений является однородной и определитель системы равен нулю, то система обладает ненулевым решением.
9. Если число *a* четное, а число *b* нечетное, то произведение этих чисел четно.
10. Если треугольник прямоугольный и точка *О* – центр окружности, описанной около этого треугольника, то О является серединой одной из сторон треугольника.

Задания по модулю II

Часть 1

1. Запишите (сведите к арифметике) формулу, по которой определяется канторов номер кортежа .

1. Перечислите в правильной последовательности базисные арифметические функции, из которых с помощью оператора подстановки может быть получена функция .
2. Выберите верное утверждение:

а) оператор подстановки сохраняет всюду определенность функции,

б) оператор подстановки не сохраняет всюду определенность функции.

1. Сформулируйте определение арифметической функции.
2. Пусть *g(x)=2, f(x,y)=2x+3y*, . Найдите .
3. Пусть . Найдите значение .
4. Пусть . Применен оператор минимизации по первому аргументуи по второму аргументу . Найдите , .
5. Какое свойство функции может нарушиться при применении оператора минимизации? Докажите.
6. Запишите формулу, которой задается: 1) арифметическая разность, 2) усеченная разность.
7. Сформулируйте определение элементарной функции. Приведите пример функции, не являющейся элементарной.
8. Укажите верное(-ые) утверждение: а) всякая примитивно рекурсивная функция элементарна, б) всякая элементарная функция примитивно рекурсивна, в) функция, не являющаяся элементарной, не является примитивно рекурсивной.
9. Запишите примитивно рекурсивное описание функции .
10. Как выглядит представляющая функция для предиката ?
11. Пусть предикат  получен из предиката  в результате операции навешивания ограниченного квантора общности. Установите значение истинности высказывания .
12. Примените оператор ограниченной минимизации к предикату , найдите значение полученной функции в какой-либо точке по своему выбору.
13. Задайте явно кусочную функцию . Вычислите для проверки значения , .
14. Задайте универсальную функцию класса

.

1. Приведите (подробно) поиск левой и правой компонент кортежа  с номером 23 с помощью левой и правой нумерационных функций Кантора, заданных аналитически. Проверьте.
2. Сформулируйте тезис Черча.

Часть 2

Упражнение 1. Запишите (сведите к арифметике) формулу, по которой определяется канторов номер кортежа . Является ли функция, позволяющая найти номер кортежа длины 3 вычислимой?

Упражнение 2.

2.1. Какие функции относятся к базисным арифметическим функциям? Приведите пример вычисления значений таких функций в произвольных точках.

2.2. Перечислите в правильной последовательности базисные арифметические функции, из которых с помощью оператора подстановки может быть получена функция .

2.3. Постройте все функции, которые можно получить из базисных применением оператора подстановки (суперпозиции) за не более чем 3 шага.

Упражнение 3. Ответьте на теоретические вопросы:

3.1. Выберите верные утверждения:

а) оператор подстановки сохраняет всюду определенность функции,

б) оператор подстановки не сохраняет всюду определенность функции,

в) оператор примитивной рекурсии сохраняет всюду определенность функции,

г) оператор примитивной рекурсии не сохраняет всюду определенность функции,

д) оператор минимизации сохраняет всюду определенность функции,

е) оператор минимизации не сохраняет всюду определенность функции.

3.2. Сформулируйте определение арифметической функции, приведите два примера таких функций.

3.3. Какое свойство функции может нарушиться при применении оператора минимизации? Докажите.

3.4. Запишите формулу, которой задается:

1) арифметическая разность,

2) усеченная разность.

Проиллюстрируйте вычисление значения функции в какой-либо точке.

Упражнение 4. Примените оператор подстановки:

4.1. Пусть . Найдите значение .

4.2. Пусть . Найдите значение .

4.3. Пусть . Найдите значение .

4.4. Пусть . Найдите значение .

Упражнение 5. Примените оператор примитивной рекурсии:

5.1. Пусть , , . Найдите значение .

5.2. Пусть , , . Вычислите значение полученной функции в какой-либо точке.

5.3. Пусть , , . Вычислите значение полученной функции в какой-либо точке.

Упражнение 6. Пусть . Применен оператор минимизации по первому аргументу  и по второму аргументу . Найдите , .

Упражнение 7.

7.1. Задайте аналитически функцию  и вычислите ее значение в точке вида , если

,

,

,

.

7.2. Задайте аналитически функцию  и вычислите ее значение в точке вида , если .

7.3. Задайте аналитически функцию , если

.

Найдите точку, принадлежащую области определения функции, и точку, в которой функция не является определенной.

# 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

## 6.1. Текущий контроль

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Номер модуля дисциплины | Форма текущего контроля |
|
| 1 | I-II | Проверка заданий для самостоятельного решения |
| 2 | I | Коллоквиум |

**7. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование | Авторы | Место издания | Год издания | Наличие |
| печатные издания | ЭБС (адрес в сети Интернет) |
| 1. | Математическая логика и теория алгоритмов: учебник и практикум для вузов | Судоплатов С.В., Овчинникова Е.В. | М.: Издательство Юрайт | 2022 |  | <https://urait.ru/bcode/447321> |
| 2. | Программирование: математическая логика: учебное пособие для вузов | Швецкий М.В., Демидов М.В., Голанова А.В., Кудрявцева И.А. | М.: Издательство Юрайт | 2022 |  | <https://urait.ru/bcode/495357> |
| 3. | Математическая логика: учебник и практикум для вузов | Скорубский В.И., Поляков В.И., Зыков А.Г. | М.: Издательство Юрайт | 2022 |  | <https://urait.ru/bcode/490017> |
| 4. | Дискретный анализ. Формальные системы и алгоритмы: учебное пособие для вузов | Журавлев Ю.И., Флеров Ю.А., Вялый М.Н. | М.: Издательство Юрайт | 2022 |  | <https://urait.ru/bcode/491079> |
| 5. | Дискретная математика: прикладные задачи и сложность алгоритмов: учебник и практикум для вузов | Андреев А.Е., Болотов А.А., Коляда К.В., Фролов А.Б. | М.: Издательство Юрайт | 2022 |  | <https://urait.ru/bcode/492349> |

**8. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**

1. «НЭБ». Национальная электронная библиотека. – Режим доступа: [http://нэб.рф/](http://www.biblioclub.ru/)

2. «eLibrary». Научная электронная библиотека. – Режим доступа: [https://elibrary.ru](https://elibrary.ru/)

3. «КиберЛенинка». Научная электронная библиотека. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/>

4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн». – Режим доступа: [http://www.biblioclub.ru/](http://www.knigafund.ru/)

5. Российская государственная библиотека. – Режим доступа: <http://www.rsl.ru/>

**9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ:**

В ходе осуществления образовательного процесса используются следующие информационные технологии:

- средства визуального отображения и представления информации (LibreOffice) для создания визуальных презентаций как преподавателем (при проведении занятий) так и обучаемым при подготовке докладов для семинарского занятия.

- средства телекоммуникационного общения (электронная почта и т.п.) преподавателя и обучаемого.

- использование обучаемым возможностей информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» при осуществлении самостоятельной работы.

**9.1. Требования к программному обеспечению учебного процесса**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

* Windows 10 x64
* MicrosoftOffice 2016
* LibreOffice
* Firefox
* GIMP

**9.2. Информационно-справочные системы (при необходимости):**

Не используются

**10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий.

Для изучения дисциплины используется следующее оборудование: аудитория, укомплектованная мебелью для обучающихся и преподавателя, доской, ПК с выходом в интернет, мультимедийным проектором и экраном.

Для самостоятельной работы обучающихся используется аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами (ПК с выходом в интернет и обеспечением доступа в электронно-информационно-образовательную среду организации).