ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛЕНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ

**«ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени А.С. ПУШКИНА»**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор

по учебно-методической работе

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ С.Н. Большаков

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.07.02 АЛГЕБРА**

Направление подготовки **44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)**

Направленность (профиль) **Информатика и математика**

(год начала подготовки - 2022)

Санкт-Петербург

2022

# 1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индекс компетенции | Содержание компетенции(или ее части) | Индикаторы компетенций(код и содержание) |
| ОПК-8 | Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний | ОПК-8.1. Демонстрирует специальные научные знания в предметной области  |
| ОПК-8.2. Осуществляет трансформацию специальных научных знаний в соответствии с психофизиологическими, возрастными, познавательными особенностями обучающихся |
| ОПК-8.3. Владеет навыками осуществления урочной и внеурочной деятельности в соответствии с предметной областью |
| ПК-3 | Способен применять предметные знания при реализации образовательного процесса | ПК-3.1. Знает необходимые для реализации образовательного процесса при обучении математике современные математические и методические теории |
| ПК-3.2. Умеет отбирать, анализировать необходимые для реализации образовательного процесса при обучении математике математические и методические теории |
| ПК-3.3. Владеет навыками применения предметных математических и методических знаний при реализации образовательного процесса по математике |

# 2. Место дисциплины в структуре ОП

**Целью** освоения дисциплины «Алгебра» является формирование систематизированных знаний в области алгебры с учетом специфики предмета «Алгебра и начала анализа» в общеобразовательной школе.

**Задачи**:

- изучить основные понятия линейной алгебры;

- установить основные подходы к моделированию реальных процессов методами линейной алгебры;

- изучить эффективные методы решения прикладных задач;

- обеспечить навыки применения данных знаний в будущей практической деятельности.

Дисциплина «Алгебра» входит в блок обязательных дисциплин.

Содержание дисциплины строится с учетом специфики предметов «Алгебра и начала анализа» в общеобразовательной школе.

Освоение дисциплины является основой для последующего применения полученных знаний в профессиональной деятельности.

После изучения дисциплины обучающиеся смогут использовать сформированные компетенции в процессе выполнения выпускной квалификационной работы (ВКР).

# 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 11 зачетных единиц, 396 академических часа.

Очная форма обучения

|  |  |
| --- | --- |
| Вид учебной работы | Трудоемкость в акад.час |
|  | Практическая подготовка |
| **Контактная работа (аудиторные занятия) (всего):** | 156 |
| в том числе: |  |
| Лекции | 64 | - |
| Лабораторные работы / Практические занятия (в т.ч. зачет) | -/92 | -/- |
| **Самостоятельная работа (всего)** | 159 |
| **Вид промежуточной аттестации (экзамен):** | 81 |
| контактная работа | 7,05 |
| самостоятельная работа по подготовке к экзамену | 73,95 |
| **Общая трудоемкость дисциплины (в час. /з.е.)** | 396/11 |

Заочная форма обучения

|  |  |
| --- | --- |
| Вид учебной работы | Трудоемкость в акад.час |
|  |  | Практическая подготовка |
| **Контактная работа (аудиторные занятия) (всего):** | 32 |
| в том числе: |  |
| Лекции | 12 | - |
| Лабораторные работы/ Практические занятия | -/20 | -/- |
| **Самостоятельная работа (всего)** | 337 |
| **Вид промежуточной аттестации (зачет):** | - |
| контактная работа | - |
| самостоятельная работа по подготовке к зачету | - |
| **Вид промежуточной аттестации (экзамен):** | 27 |
| контактная работа | 7,05 |
| самостоятельная работа по подготовке к экзамену | 19,95 |
| **Общая трудоемкость дисциплины (в час. /з.е.)** | 396/11 |

# 4. Содержание дисциплины

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, составленных на основе результатов научных исследований, проводимых организацией, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

**4.1. Блоки (разделы) дисциплины**

|  |  |
| --- | --- |
| № | Наименование блока (раздела) дисциплины |
| 1 | Линейная алгебра |
| 2 | Современная алгебра |
| 3 | Комплексные числа |
| 4 | Теория многочленов |

## 4.2. Примерная тематика курсовых проектов (работ)

Курсовая работа по дисциплине не предусмотрена учебным планом.

**4.3. Перечень занятий, проводимых в активной и интерактивной формах, обеспечивающих развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств. Практическая подготовка\*.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование блока (раздела) дисциплины | Занятия, проводимые в активной и интерактивной формах | Практическая подготовка\* |
| Форма проведения занятия | Наименование видов занятий |
| 1 | Линейная алгебра | практическое занятие | выполнение практического задания |  |
| 2 | Современная алгебра | практическое занятие | коллоквиум |  |
| 3 | Комплексные числа | практическое занятие | выполнение практического задания |  |
| 4 | Теория многочленов | практическое занятие | коллоквиум |  |

**\***Практическая подготовка при реализации учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей) организуется путем проведения практических занятий, практикумов, лабораторных работ и иных аналогичных видов учебной деятельности, **предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.**

# 5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

## 5.1. Вопросы для подготовки к коллоквиуму

Вопросы по материалу I семестра

1. Линейная зависимость системы векторов (эквивалентные определения).
2. Простейшие свойства линейной зависимости.
3. Линейная зависимость системывекторов, порождающихся системой  векторов.
4. Линейные оболочки.
5. Эквивалентные системы векторов.
6. Элементарные преобразования системы векторов.
7. Базис системы векторов.
8. Ранг системы векторов.
9. Базис и размерность пространства.
10. Ранг матрицы.
11. Теорема о Кронекера-Капелли.
12. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений.
13. Операции над матрицами.
14. Элементарные матрицы.
15. Представление невырожденной матрицы в виде произведения элементарных.
16. Необратимость вырожденной матрицы.
17. Обратимость невырожденной матрицы.

Вопросы по материалу II семестра

1. Сформулируйте определение группы.
2. В чем состоят простейшие свойства групп.
3. Запишите эквивалентные определения.
4. Разложение группы по подгруппам.
5. Правые смежные классы.
6. Теорема Лагранжа.
7. Нормальные делители групп: определение, примеры.
8. Фактор группы.
9. Понятие изоморфизма.
10. Понятие гомоморфизма:определение, примеры.
11. Ядро гомоморфизма.
12. Теорема о гомоморфизме групп.
13. Порядок элемента группы.
14. Приведите пример циклической группы. Обоснуйте.

Вопросы по материалу III семестра

1. Приведите алгоритм деления многочлена на двучлен и корни многочлена.
2. Покажите обоснование теоремы Безу.
3. Теорема о делении многочленов с остатком.
4. Понятие наибольшего общего делителя многочленов.
5. Алгоритм Евклида.
6. Неприводимые многочлены над полем.
7. Теорема о разложении многочлена над полем.
8. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
9. Основная теорема о симметрических многочленах.
10. Запишите формулы Виета и продемонстрируйте их применение.
11. Поле разложения многочлена.
12. Основная теорема алгебры и ее следствия.
13. Обоснуйте существование многочленов, неприводимых над полем действительных чисел.
14. Рациональные корни многочленов с рациональными коэффициентами.
15. Сформулируйте критерий Эйзенштейна и приведите пример его использования.

## 5.2. Задачи для самостоятельного решения

*Системы линейных уравнений, матрицы и определители*

1. Пусть  и .

Найдите:

1. произведение матриц *A* и *B*;
2. определитель матрицы *А*.

###### 2. Решите систему линейных уравнений



1. по формулам Крамера;
2. методом обратной матрицы;
3. методом Гаусса.

*Группы и кольца*

1. Для полугруппы всех преобразований трехэлементного множества постройте таблицу Кели. По таблице найдите: нулевой и нейтральный элементы (если они есть), обратимые элементы и обратные к ним. Найдите все подполугруппы и подгруппы этой полугруппы.
2. Для группы всех подстановок трехэлементного множества постройте таблицу Кели. По таблице найдите: нейтральный элемент, обратный к каждому из элементов, порождающие элементы. Найдите все подгруппы этой группы и выясните, какие из них являются нормальными делителями. Для каждого нормального делителя этой группы постройте фактор-группу (ее таблицу Кели). Для каждой подгруппы, не являющейся нормальным делителем, выпишите левые и правые смежные классы.
3. Постройте кольцо классов вычетов по модулю 8 (таблицы Кели для сложения и умножения). По таблицам найдите: для каждого элемента - противоположный, для каждого обратимого – обратный, все делители нуля. Выделите все идеалы этого кольца и постройте для каждого из идеалов соответствующее фактор-кольцо.
4. Постройте циклическую группу, порожденную подстановкой (выпишите ее элементы и таблицу умножения). Найдите все ее подгруппы и фактор-группы.

Часть 2

№1. Решите систему уравнений:



№2. Найдите фундаментальный набор решений системы уравнений:



№3. Найдите матрицу, обратную данной:

№4. Выясните, при каких значениях n матрица является обратимой:

№5. Дана система векторов (2,3,1,2), (3,1,2,5), (4,4,1,1), (-7,-11,3,14), (2,2,3,2).

1. 1.Можно ли считать ее базисом пространства R?
2. Можно ли считать ее базисом пространства, которое она порождает?
3. Можно ли считать, что она порождает пространство R?
4. Является ли она линейно зависимой?
5. Найдите базис пространства, которое она порождает.
6. Приведите пример ненулевого вектора, отличного от векторов этой системы, который содержится в ее линейной оболочке.
7. Приведите пример вектора, который не содержится в ее линейной оболочке.
8. Содержится ли вектор (4,2,5,3) в ее линейной оболочке?
9. Найдите размерность ее линейной оболочки.
10. Найдите ее базис и векторы, не входящие в него, через него выразите.
11. Найдите ее ранг.
12. Постройте ее нетривиальную линейную комбинацию, дающую нулевой вектор (если такая комбинация существует)

№6.

1. найти базис пространства, порожденного векторами:

*а1=(2, 0, 1, 3, -1), а2=(1, 1, 0, -1, 1), а3=(0, -2, 1, 5, -3), а4=(1, -3, 2, 9, -5)*

1. найти ортогональный базис пространства, порожденного векторами.

*в1=(1, 2, 1, 3, 0), в2=(4, 1, 1,-1, 0), в3=(3, 1, 1, 0, 0).*

1. найти размерность суммы и пересечения пространств из задания 1 и 2.

Выяснить, является ли отображениелинейным оператором, если оно задано правилом:.

Доказать, что если вектор ортогонален каждому вектору некоторого базиса пространства, то он содержится в ортогональном дополнении этого пространства.

№7. Пусть линейный оператор φ пространства  задан следующим образом:

.

а) Найти его матрицу в базисе .

б) Найти его ранг и дефект, базис ядра и базис образа.

в) Выяснить, обратим ли он.

г) Привести пример двух различных векторов, имеющих один и тот же образ (если такие есть).

д) Привести пример вектора, не имеющего прообраза (если такие есть).

# 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

## 6.1. Текущий контроль

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Номера разделов дисциплины | Форма текущего контроля |
|
|  | 1-5 | Коллоквиум |
|  | 3-4 | Проверка заданий для самостоятельного решения |

**7. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование | Авторы | Место издания | Год издания | Наличие |
| печатные издания | ЭБС (адрес в сети Интернет) |
| 1. | Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля: учебное пособие для вузов | Ларин С. В.  | М.: Издательство Юрайт | 2022 |  | <https://urait.ru/bcode/493272> |
| 2. | Теория чисел: учебник и практикум для вузов | Нестерова Л.Ю., Напалков С.В. | М.: Издательство Юрайт | 2022 |  | <https://urait.ru/bcode/497147> |
| 3. | Алгебра: многочлены =: учебное пособие для вузов | Ларин, С. В.  | М.: Издательство Юрайт | 2022 |  | <https://urait.ru/bcode/493274> |
| 4. | Алгебра и геометрия: практикум: учебник | Денисов В.И., Чубич В.М., Черникова О.С. | Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет | 2018 |  | [https://biblioclub.ru](https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576183) |
| 5. | Алгебра: углубленный курс с решениями и указаниями: учебно-методическое пособие | Федотова М.В. | М.: Лаборатория знаний | 2021 |  | [https://biblioclub.ru](https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576183) |

**8. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. «НЭБ». Национальная электронная библиотека. – Режим доступа: [http://нэб.рф/](http://www.biblioclub.ru/)

2. «eLibrary». Научная электронная библиотека. – Режим доступа: [https://elibrary.ru](https://elibrary.ru/)

3. «КиберЛенинка». Научная электронная библиотека. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/>

4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн». – Режим доступа: [http://www.biblioclub.ru/](http://www.knigafund.ru/)

5. Российская государственная библиотека. – Режим доступа: <http://www.rsl.ru/>

**9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

В ходе осуществления образовательного процесса используются следующие информационные технологии:

- средства визуального отображения и представления информации (LibreOffice) для создания визуальных презентаций как преподавателем (при проведении занятий) так и обучаемым при подготовке докладов для семинарского занятия.

- средства телекоммуникационного общения (электронная почта и т.п.) преподавателя и обучаемого.

- использование обучаемым возможностей информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» при осуществлении самостоятельной работы.

**9.1. Требования к программному обеспечению учебного процесса**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

* Windows 10 x64
* MicrosoftOffice 2016
* LibreOffice
* Firefox
* GIMP

**9.2. Информационно-справочные системы (при необходимости)**

Не используются.

**10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий.

Для изучения дисциплины используется следующее оборудование: аудитория, укомплектованная мебелью для обучающихся и преподавателя, доской, ПК с выходом в интернет, мультимедийным проектором и экраном.

Для самостоятельной работы обучающихся используется аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами (ПК с выходом в интернет и обеспечением доступа в электронно-информационно-образовательную среду организации).