ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛЕНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ

**«ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИМЕНИ А.С. ПУШКИНА»**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической

работе

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ С.Н. Большаков

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины

**Б1.О.02.12 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ**

Направление подготовки **09.03.03 Прикладная информатика**

Направленность (профиль) **Прикладная информатика в экономике**

(год начала подготовки – 2022)

Санкт-Петербург

2022

# 1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индекс компетенции | Содержание компетенции  (или ее части) | Индикаторы компетенций  (код и содержание) |
| УК-1 | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода, средства математики, применяемые для решения профессиональных задач.  ИУК-1.2. Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности.  ИУК-1.3. Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; средствами математики. |
| ОПК-1 | Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности | ИОПК-1.1. Знает основы математической логики и теории алгоритмов.  ИОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов математического анализа и моделирования.  ИОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности средствами математики. |
| ПК-10 | Способен применять системный подход и математические модели в формализации решения прикладных задач | ИПК-10.1. Знает методики реализации системного подхода в формализации решения прикладных задач.  ИПК-10.2. Умеет применять методики реализации системного подхода в формализации решения прикладных задач.  ИПК-10.3. Владеет навыками реализации системного подхода в формализации решения прикладных задач. |

# 2. Место дисциплины в структуре ОП

Цель дисциплины: формирование систематизированных знаний в области математической логики, о роли математической логики в решении проблем оснований математики, систематизированных знаний в области теории алгоритмов, ознакомление с общими свойствами алгоритмов, с математическими уточнениями интуитивного понятия алгоритма.

Задачи дисциплины:

* знакомство обучающихся с интуитивным понятием алгоритма, мотивировать (в историческом аспекте) необходимость его уточнения;
* определение структуры класса вычислимых функций (примитивно рекурсивные, общерекурсивные, частично рекурсивные функции);
* формулирование естественнонаучной гипотезы - тезиса Черча;
* определение алгоритмической природы множеств целых неотрицательных чисел (рекурсивные множества, рекурсивно перечислимые множества), их теоретико-множественные свойства;
* введение понятия алгоритмически неразрешимой массовой проблемы и алгоритмической сводимости, рассмотрение примеров таких проблем в самой теории алгоритмов и в других областях математики, таких, как математическая логика, теория чисел, алгебра, а также в информатике.

Дисциплина относится к обязательной части блока 1. Дисциплины (модули), модуль Математика и компьютерные науки.

Освоение дисциплины и сформированные при этом компетенции необходимы в последующей деятельности.

# 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 академических часов.

Очная форма обучения

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид учебной работы | Трудоемкость в акад.час | |
|  |  | Практическая подготовка |
| **Контактная работа (аудиторные занятия) (всего):** | 88 | |
| в том числе: |  | |
| Лекции | 36 | - |
| Лабораторные работы / Практические занятия (в т.ч. зачет) | -/52 | -/4 |
| **Самостоятельная работа (всего)** | 101 | |
| **Вид промежуточной аттестации (экзамен):** | **27** | |
| контактная работа | 2,35 | |
| самостоятельная работа по подготовке к экзамену | 24,75 | |
| **Общая трудоемкость дисциплины (в час. /з.е.)** | 216/6 | |

# \*Зачет проводится на последнем занятии

Заочная форма обучения

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид учебной работы | Трудоемкость в акад.час | |
|  |  | Практическая подготовка |
| **Контактная работа (аудиторные занятия) (всего):** | 24 | |
| в том числе: |  | |
| Лекции | 8 | - |
| Лабораторные работы/ Практические занятия | -/16 | -/4 |
| **Самостоятельная работа (всего)** | 179 | - |
| **Вид промежуточной аттестации (зачет):** | 4 | |
| контактная работа | 0,25 | |
| самостоятельная работа по подготовке к зачету | 3,75 | |
| **Вид промежуточной аттестации (экзамен):** | 9 | |
| контактная работа | 2,35 | |
| самостоятельная работа по подготовке к экзамену | 6,65 | |
| **Общая трудоемкость дисциплины (в час. /з.е.)** | 216/6 | |

# 4. Содержание дисциплины

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, составленных на основе результатов научных исследований, проводимых организацией, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

**4.1 Блоки (разделы) дисциплины.**

|  |  |
| --- | --- |
| № | Наименование блока (раздела) дисциплины |
| 1 | Алгебра высказываний. |
| 2 | Исчисление высказываний. |
| 3 | Алгебра предикатов. |
| 4 | Частично рекурсивные функции. |
| 5 | Рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. |

## 4.2. **Примерная тематика курсовых проектов (работ)**

1. Нормальные алгоритмы.
2. Теорема об универсальном алгоритме.
3. Теоремы перевода и приведения нормальных алгоритмов.
4. Теоремы сочетания нормальных алгоритмов.
5. Конструктивные целые числа.
6. Конструктивные рациональные числа.
7. Основные вычислимые операторы.
8. Одноместные примитивно рекурсивные функции.
9. Быстрорастущие функции.
10. Теорема Ю. Робинсон.
11. Функция Геделя.
12. Возвратная рекурсия.
13. Системы Поста.
14. Машины с неограниченными регистрами.
15. Машины Тьюринга.
16. Кодирование машин Тьюринга.
17. Композиции машин Тьюринга.
18. Универсальная машина Тьюринга.
19. Равносильность определений алгоритма в разных трактовках.
20. Относительная примитивная рекурсивность и ее свойства.
21. Примитивно рекурсивные операции.
22. Примитивно рекурсивные предикаты.
23. Рекурсивно перечислимые множества.
24. Рекурсивные множества.
25. Теоремы Мучника – Фридберга.
26. Функция Аккермана.
27. Рекурсивное определение функции.
28. Класс ограниченно арифметических предикатов.
29. Рудиментарные предикаты.
30. Ограниченная рекурсия и нумерационные функции.
31. Функции, элементарные по Сколему.
32. Классы Гжегорчика.
33. Нормально вычислимые функции.
34. Числовые множества как конструктивные объекты.
35. Алгоритмически неразрешимые проблемы.
36. Функции, вычислимые на абаке.
37. Построение доказательств в алгебре высказываний.
38. Аксиоматические теории.
39. Нормальные формы для формул алгебры высказываний.
40. Булевы функции.
41. Алгебра предикатов.
42. Приложение алгебры высказываний к логико-математической практике.
43. Метод логического квадрата.
44. Булевы алгебры.
45. Применение булевых функций к релейно-контактным схемам.
46. Отношение логического следования в алгебре высказываний.
47. Системы аксиом алгебры высказываний.

**4.3. Перечень занятий, проводимых в активной и интерактивной формах, обеспечивающих развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств. Практическая подготовка\*.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование блока (раздела) дисциплины** | **Занятия, проводимые в активной и интерактивной формах** | | **Практическая подготовка\*** |
| **Форма проведения занятия** | **Наименование видов занятий** |
| 1. | Алгебра высказываний. | лекционное занятие  практическое занятие | проблемное изложение материала  обсуждение в группах, проблемное изучение материала | выполнение практического задания |
| 2. | Исчисление высказываний. | лекционное занятие  практическое занятие | проблемное изложение материала  обсуждение в группах, проблемное изучение материала |  |
| 3. | Алгебра предикатов. | лекционное занятие  практическое занятие | проблемное изложение материала  обсуждение в группах, проблемное изучение материала |  |
| 4. | Частично рекурсивные функции. | лекционное занятие  практическое занятие | проблемное изложение материала  обсуждение в группах, проблемное изучение материала |  |
| 5. | Рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. | лекционное занятие  практическое занятие | проблемное изложение материала  обсуждение в группах, проблемное изучение материала |  |

# 5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Задания для самостоятельного решения

По модулю I

1. Упростите формулу: A→(B→(A&B)).
2. Приведите формулу к СДНФ: A→(B→(A&С)).
3. Не пользуясь теоремой полноты, докажите, что формула В выводима из формулы А&B.
4. Докажите выполнимость формулы (X→Y)→Y.
5. Постройте отрицание высказывания: «Если 232+1 четное число, то оно не кратно 3».
6. Задайте формулой пропозициональную функцию от трех переменных, принимающую значение, отличное от большинства переменных.
7. Постройте вывод формулы С в теории А→(В→С), А→В, А.

По модулю II

Упражнение 1. Запишите (сведите к арифметике) формулу, по которой определяется канторов номер кортежа . Является ли функция, позволяющая найти номер кортежа длины 3 вычислимой?

Упражнение 2.

2.1. Какие функции относятся к базисным арифметическим функциям? Приведите пример вычисления значений таких функций в произвольных точках.

2.2. Перечислите в правильной последовательности базисные арифметические функции, из которых с помощью оператора подстановки может быть получена функция .

2.3. Постройте все функции, которые можно получить из базисных применением оператора подстановки (суперпозиции) за не более чем 3 шага.

Упражнение 3. Ответьте на теоретические вопросы:

3.1. Выберите верные утверждения:

а) оператор подстановки сохраняет всюду определенность функции,

б) оператор подстановки не сохраняет всюду определенность функции,

в) оператор примитивной рекурсии сохраняет всюду определенность функции,

г) оператор примитивной рекурсии не сохраняет всюду определенность функции,

д) оператор минимизации сохраняет всюду определенность функции,

е) оператор минимизации не сохраняет всюду определенность функции.

3.2. Сформулируйте определение арифметической функции, приведите два примера таких функций.

3.3. Какое свойство функции может нарушиться при применении оператора минимизации? Докажите.

3.4. Запишите формулу, которой задается:

1) арифметическая разность,

2) усеченная разность.

Проиллюстрируйте вычисление значения функции в какой-либо точке.

Упражнение 4. Примените оператор подстановки:

4.1. Пусть . Найдите значение .

4.2. Пусть . Найдите значение .

4.3. Пусть . Найдите значение .

4.4. Пусть . Найдите значение .

Упражнение 5. Примените оператор примитивной рекурсии:

5.1. Пусть , , . Найдите значение .

5.2. Пусть , , . Вычислите значение полученной функции в какой-либо точке.

5.3. Пусть , , . Вычислите значение полученной функции в какой-либо точке.

Упражнение 6. Пусть . Применен оператор минимизации по первому аргументу  и по второму аргументу . Найдите , .

Упражнение 7.

7.1. Задайте аналитически функцию  и вычислите ее значение в точке вида , если

,

,

,

.

7.2. Задайте аналитически функцию  и вычислите ее значение в точке вида , если .

7.3. Задайте аналитически функцию , если

.

Найдите точку, принадлежащую области определения функции, и точку, в которой функция не является определенной.

# 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

## 6.1. Текущий контроль

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  пп | Номера модулей дисциплины | Форма текущего контроля |
|  | I | Контрольная работа |
|  | I, II | Проверочная работа |

## 6.2. **Примеры оценочных средств для текущего контроля дисциплине**

Проверочная работа по модулю I

Задание 1. Приведите к СДНФ формулу (если это возможно):

* 1. 
  2. 
  3. 
  4. 

Задание 2. Используя равносильные преобразования, привести следующие формулы к 0 или СДНФ, а также к 1 или СКНФ. Проверьте результат построением таблиц истинности.

1. .
2. .
3. .
4. 
5. 
6. 
7. 

Вариант контрольной работы по модулю I

1. Упростите формулу: .
2. Приведите формулу к СДНФ.
3. Не пользуясь теоремой полноты, докажите, что формула  выводима из формулы .
4. Докажите выполнимость формулы .
5. Постройте отрицание высказывания: «Если 232+1 четное число, то оно не кратно 3».
6. Задайте формулой пропозициональную функцию от трех переменных, принимающую значение, отличное от большинства переменных.
7. Постройте вывод формулы  в теории , , .

Проверочная работа по модулю II

Задание №1. Применить оператор суперпозиции к данным функциям и найти значение полученной функции  в какой-либо точке.



Задание №2. Применить оператор примитивной рекурсии к данным функциям и найти значение полученной функции в какой-либо точке.

.

Задание №3. Применить оператор минимизации к данной функции и найти значение полученной функции в какой-либо точке.

.

Задание №4. Докажите примитивную рекурсивность функции .

**7. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Наименование | Авторы | Место издания | Год издания | Наличие | |
| Печатные издания | Адрес в сети Интернет, ЭБС |
| 1 | Математическая логика и теория алгоритмов | Макоха А.Н., Шапошников А.В., Бережной В.В. | Ставрополь: Северо-Кавказский Федеральный университет (СКФУ) | 2017 |  | <http://biblioclub.ru> |
| 2 | Математика и информатика: практикум | Гусева Е. Н., Ефимова И. Ю., Коробков и Р. И. др. | Москва: ФЛИНТА | 2021 |  | <http://biblioclub.ru> |
| 3 | Классы элементарных рекурсивных функций | Марченков С.С. | Москва: Физматлит | 2017 |  | <http://biblioclub.ru> |
| 5 | Введение в схемы, автоматы и алгоритмы | Дехтярь М.И. | М.: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ» | 2016 |  | <http://biblioclub.ru> |
| 6 | Комбинаторные алгоритмы для программистов | Костюкова Н.И. | М.: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ» | 2016 |  | <http://biblioclub.ru> |

**8. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**

1. «НЭБ». Национальная электронная библиотека. – Режим доступа: [http://нэб.рф/](http://www.biblioclub.ru/)

2. «eLibrary». Научная электронная библиотека. – Режим доступа: [https://elibrary.ru](https://elibrary.ru/)

3. «КиберЛенинка». Научная электронная библиотека. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/>

4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн». – Режим доступа: [http://www.biblioclub.ru/](http://www.knigafund.ru/)

5. Российская государственная библиотека. – Режим доступа: <http://www.rsl.ru/>

1. **9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ:**

В ходе осуществления образовательного процесса используются следующие информационные технологии:

- средства визуального отображения и представления информации (LibreOffice) для создания визуальных презентаций как преподавателем (при проведении занятий) так и обучаемым при подготовке докладов для семинарского занятия.

- средства телекоммуникационного общения (электронная почта и т.п.) преподавателя и обучаемого.

- использование обучаемым возможностей информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» при осуществлении самостоятельной работы.

**9.1. Требования к программному обеспечению учебного процесса**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

* Windows 10 x64
* MicrosoftOffice 2016
* LibreOffice
* Firefox
* GIMP

**9.2. Информационно-справочные системы (при необходимости):**

Не используются

**10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий.

Для изучения дисциплины используется следующее оборудование: аудитория, укомплектованная мебелью для обучающихся и преподавателя, доской, ПК с выходом в интернет, мультимедийным проектором и экраном.

Для самостоятельной работы обучающихся используется аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами (ПК с выходом в интернет и обеспечением доступа в электронно-информационно-образовательную среду организации).