ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛЕНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ

**«ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИМЕНИ А.С. ПУШКИНА»**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической

работе

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ С.Н. Большаков

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины

**Б1.О.02.11 АЛГЕБРА**

Направление подготовки **09.03.03 Прикладная информатика**

Направленность (профиль) **Прикладная информатика в экономике**

(год начала подготовки – 2022)

Санкт-Петербург

2022

# 1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индекс компетенции | Содержание компетенции  (или ее части) | Индикаторы компетенций  (код и содержание) |
| УК-1 | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода, средства математики, применяемые для решения профессиональных задач.  ИУК-1.2. Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности.  ИУК-1.3. Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; средствами математики. |
| ОПК-1 | Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности | ИОПК-1.1. Знает основы алгебры.  ИОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов математического анализа и моделирования.  ИОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности средствами математики. |
| ПК-10 | Способен применять системный подход и математические модели в формализации решения прикладных задач | ИПК-10.1. Знает методики реализации системного подхода в формализации решения прикладных задач.  ИПК-10.2. Умеет применять методики реализации системного подхода в формализации решения прикладных задач.  ИПК-10.3. Владеет навыками реализации системного подхода в формализации решения прикладных задач. |

# 2. Место дисциплины в структуре ОП

Цель дисциплины: формирование систематизированных знаний в области алгебры с учетом специфики предмета «Алгебра и начала анализа» в общеобразовательной школе.

Задачи дисциплины:

* рассмотрение основных понятий алгебры многочленов;
* изучение методов применения алгебры многочленов к решению практических задач;
* формирование навыков применения данных знаний в будущей практической деятельности.

Дисциплина относится к обязательной части блока 1. Дисциплины (модули), модуль Математика и компьютерные науки.

Освоение дисциплины и сформированные при этом компетенции необходимы в последующей деятельности.

# 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов *(1 зачетная единица соответствует 36 академическим часам).*

Очная форма обучения

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид учебной работы | Трудоемкость в акад.час | |
|  |  | Практическая подготовка |
| **Контактная работа (аудиторные занятия) (всего):** | 108 | |
| в том числе: |  | |
| Лекции | 38 | - |
| Лабораторные работы / Практические занятия (в т.ч. зачет) | -/70 | -/- |
| **Самостоятельная работа (всего)** | 117 | |
| **Вид промежуточной аттестации (экзамен):** | 63 | |
| контактная работа | 4,7 | |
| самостоятельная работа по подготовке к экзамену | 58,3 | |
| **Общая трудоемкость дисциплины (в час. /з.е.)** | 288/8 | |

Заочная форма обучения

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид учебной работы | Трудоемкость в акад.час | |
|  |  | Практическая подготовка |
| **Контактная работа (аудиторные занятия) (всего):** | 12 | |
| в том числе: |  | |
| Лекции | 6 | - |
| Лабораторные работы/ Практические занятия | -/6 | -/- |
| **Самостоятельная работа (всего)** | 236 | |
| **Вид промежуточной аттестации (зачет):** | 4 | |
| контактная работа | 0,25 | |
| самостоятельная работа по подготовке к зачету | 3,75 | |
| **Вид промежуточной аттестации (экзамен):** | 9 | |
| контактная работа | 2,35 | |
| самостоятельная работа по подготовке к экзамену | 6,65 | |
| **Общая трудоемкость дисциплины (в час. /з.е.)** | 288/8 | |

**4.СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:**

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, составленных на основе результатов научных исследований, проводимых организацией, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей**).**

**4.1 Блоки (разделы) дисциплины.**

|  |  |
| --- | --- |
| № | Наименование блока (раздела) дисциплины |
| 1 | Системы линейных уравнений. |
| 2 | Матрицы и определители. |
| 3 | Группы и кольца. |
| 4 | Комплексные числа. |
| 5 | Теория многочленов. |

## 4.2 Примерная тематика курсовых проектов (работ)

Курсовая работа по дисциплине не предусмотрена учебным планом.

**4.3. Перечень занятий, проводимых в активной и интерактивной формах, обеспечивающих развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств. Практическая подготовка\*.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование блока (раздела) дисциплины** | **Занятия, проводимые в активной и интерактивной формах** | | **Практическая подготовка\*** |
| **Форма проведения занятия** | **Наименование видов занятий** |
| 1. | Системы линейных уравнений. | лекционное занятие  практическое занятие | проблемное изучение  обсуждение в группах материала |  |
| 2. | Матрицы и определители. | лекционное занятие  практическое занятие | проблемное изучение  обсуждение в группах материала |  |
| 3. | Группы и кольца. | лекционное занятие  практическое занятие | проблемное изучение  обсуждение в группах материала |  |
| 4. | Комплексные числа. | лекционное занятие  практическое занятие | проблемное изучение  обсуждение в группах материала |  |
| 5. | Теория многочленов. | лекционное занятие  практическое занятие | проблемное изучение  обсуждение в группах материала |  |

# 5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

## Вопросы для подготовки к коллоквиуму

Вопросы по модулю 1

1. Линейная зависимость системы векторов (эквивалентные определения).
2. Простейшие свойства линейной зависимости.
3. Линейная зависимость системывекторов, порождающихся системой  векторов.
4. Линейные оболочки.
5. Эквивалентные системы векторов.
6. Элементарные преобразования системы векторов.
7. Базис системы векторов.
8. Ранг системы векторов.
9. Базис и размерность пространства.
10. Ранг матрицы.
11. Теорема о Кронекера-Капелли.
12. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений.
13. Операции над матрицами.
14. Элементарные матрицы.
15. Представление невырожденной матрицы в виде произведения элементарных.
16. Необратимость вырожденной матрицы.
17. Обратимость невырожденной матрицы.

Вопросы по модулю 2

1. Сформулируйте определение группы.
2. В чем состоят простейшие свойства групп.
3. Запишите эквивалентные определения.
4. Разложение группы по подгруппам.
5. Правые смежные классы.
6. Теорема Лагранжа.
7. Нормальные делители групп: определение, примеры.
8. Фактор группы.
9. Понятие изоморфизма.
10. Понятие гомоморфизма: определение, примеры.
11. Ядро гомоморфизма.
12. Теорема о гомоморфизме групп.
13. Порядок элемента группы.
14. Приведите пример циклической группы. Обоснуйте.

Вопросы по модулю 4

1. Приведите алгоритм деления многочлена на двучлен и корни многочлена.
2. Покажите обоснование теоремы Безу.
3. Теорема о делении многочленов с остатком.
4. Понятие наибольшего общего делителя многочленов.
5. Алгоритм Евклида.
6. Неприводимые многочлены над полем.
7. Теорема о разложении многочлена над полем.
8. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
9. Основная теорема о симметрических многочленах.
10. Запишите формулы Виета и продемонстрируйте их применение.
11. Поле разложения многочлена.
12. Основная теорема алгебры и ее следствия.
13. Обоснуйте существование многочленов, неприводимых над полем действительных чисел.
14. Рациональные корни многочленов с рациональными коэффициентами.
15. Сформулируйте критерий Эйзенштейна и приведите пример его использования.

## Задачи для самостоятельного решения

1. Пусть  и .

Найдите:

1. произведение матриц *A* и *B*;
2. определитель матрицы *А*.

###### 2. Решите систему линейных уравнений



1. по формулам Крамера;
2. методом обратной матрицы;
3. методом Гаусса.

3. Для полугруппы всех преобразований трехэлементного множества постройте таблицу Кели. По таблице найдите: нулевой и нейтральный элементы (если они есть), обратимые элементы и обратные к ним. Найдите все подполугруппы и подгруппы этой полугруппы.

4. Для группы всех подстановок трехэлементного множества постройте таблицу Кели. По таблице найдите: нейтральный элемент, обратный к каждому из элементов, порождающие элементы. Найдите все подгруппы этой группы и выясните, какие из них являются нормальными делителями. Для каждого нормального делителя этой группы постройте фактор-группу (ее таблицу Кели). Для каждой подгруппы, не являющейся нормальным делителем, выпишите левые и правые смежные классы.

5.Постройте кольцо классов вычетов по модулю 8 (таблицы Кели для сложения и умножения). По таблицам найдите: для каждого элемента - противоположный, для каждого обратимого – обратный, все делители нуля. Выделите все идеалы этого кольца и постройте для каждого из идеалов соответствующее фактор-кольцо.

6.Постройте циклическую группу, порожденную подстановкой (выпишите ее элементы и таблицу умножения). Найдите все ее подгруппы и фактор-группы.

7.Решите систему уравнений:



8.Найдите фундаментальный набор решений системы уравнений:



9.Найдите матрицу, обратную данной:

10.Выясните, при каких значениях n матрица является обратимой:.

11.Дана система векторов (2,3,1,2), (3,1,2,5), (4,4,1,1), (-7,-11,3,14), (2,2,3,2).

1. 1.Можно ли считать ее базисом пространства R?
2. Можно ли считать ее базисом пространства, которое она порождает?
3. Можно ли считать, что она порождает пространство R?
4. Является ли она линейно зависимой?
5. Найдите базис пространства, которое она порождает.
6. Приведите пример ненулевого вектора, отличного от векторов этой системы, который содержится в ее линейной оболочке.
7. Приведите пример вектора, который не содержится в ее линейной оболочке.
8. Содержится ли вектор (4,2,5,3) в ее линейной оболочке?
9. Найдите размерность ее линейной оболочки.
10. Найдите ее базис и векторы, не входящие в него, через него выразите.
11. Найдите ее ранг.
12. Постройте ее нетривиальную линейную комбинацию, дающую нулевой вектор (если такая комбинация существует).

13.

1. найти базис пространства, порожденного векторами:

*а1=(2, 0, 1, 3, -1), а2=(1, 1, 0, -1, 1), а3=(0, -2, 1, 5, -3), а4=(1, -3, 2, 9, -5)*

1. найти ортогональный базис пространства, порожденного векторами.

*в1=(1, 2, 1, 3, 0), в2=(4, 1, 1,-1, 0), в3=(3, 1, 1, 0, 0).*

1. найти размерность суммы и пересечения пространств из задания 1 и 2.

Выяснить, является ли отображениелинейным оператором, если оно задано правилом:.

Доказать, что если вектор ортогонален каждому вектору некоторого базиса пространства, то он содержится в ортогональном дополнении этого пространства.

14.Пусть линейный оператор φ пространства  задан следующим образом:

.

а) Найти его матрицу в базисе .

б) Найти его ранг и дефект, базис ядра и базис образа.

в) Выяснить, обратим ли он.

г) Привести пример двух различных векторов, имеющих один и тот же образ (если такие есть).

д) Привести пример вектора, не имеющего прообраза (если такие есть).

# 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

## 6.1. Текущий контроль

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  пп | Номера разделов дисциплины | Форма текущего контроля |
|  | 1-5 | Тестовые задания |

## 6.2. Примеры оценочных средств текущего контроля по дисциплине

**Тестовые задания**

Тест по теме «Линейная алгебра»

1.Среди предложенных матриц укажите ту, на которую нельзя умножить матрицу:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | , | б) | , |
| в) | , | г) | . |

2.Произведением данных матриц  и  является матрица:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | , | б) | , | в) | , | г) | . |

3. Определитель матрицы второго порядка находят по формуле:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) |  | б) |  |
| в) |  | г) |  |

4. Решением системы уравнений  является упорядоченный набор чисел:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | (1; 1; -6), | б) | (1; 0; 1), | в) | (2; 0; -1), | г) | (1; 9). |

5.Продолжите фразу: «У системы линейных уравнений  …»

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | бесконечно много решений, | б) | одно решение, | в) | три решения, | г) | решений нет. |

8. Укажите число, являющееся определителем матрицы :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | 0, | б) | -10, | в) | -6, | г) | 6. |

9. Сумма элементов главной диагонали матрицы  равна:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | 0, | б) | 2, | в) | 1, | г) | -2. |

10. Пара чисел (1; 1) является решением системы линейных уравнений:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) |  | б) |  | в) |  | г) |  |

11. Размерность расширенной матрицы системы линейных уравнений  равна:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | , | б) | , | в) | , | г) | . |

12. Дана система векторов (2,3,1,2), (3,1,2,5), (4,4,1,1), (4,3,5,14), (2,2,3,2).

1. Можно ли считать ее базисом пространства R4?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | да | б) | нет | в) | затрудняюсь ответить |

2) Можно ли считать ее базисом пространства, которое она порождает?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | да | б) | нет | в) | затрудняюсь ответить |

3) Можно ли считать, что она порождает пространство R4?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | да, | б) | нет | в) | затрудняюсь ответить |

4) Является ли она линейно зависимой?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | да | б) | нет | в) | затрудняюсь ответить |

4) Найдите базис пространства, которое она порождает.

5) Приведите пример ненулевого вектора, отличного от всех векторов данной системы, который содержится в ее линейной оболочке.

6) Приведите пример вектора, который не содержится в ее линейной оболочке

7) Содержится ли в ее линейной оболочке вектор (4,2,5,3)?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | да | б) | нет | в) | затрудняюсь ответить |

8) Найдите размерность ее линейной оболочки.

9) Найдите ее базис.

10) Найдите ее ранг.

11) Постройте ее нетривиальную линейную комбинацию, дающую нулевой вектор (если такая существует).

Тест по теме «Группы и кольца»

Рассмотрим множества:

а) множество всех (целых) четных чисел,

б) множество всех рациональных чисел интервала (-1,1),

в) множество всех комплексных корней из 1 степени 5,

г) множества всех чисел вида ,

д) множество всех рациональных чисел,

з) множество всех действительных чисел,

и) множество всех комплексных чисел,,

к) множество всех натуральных чисел

л) множество всех целых чисел.

1. Какие из перечисленных выше множеств образуют группу относительно сложения?
2. Какие из перечисленных выше множеств образуют группу относительно умножения?
3. Какие из перечисленных выше множеств образуют кольцо?
4. Какие из перечисленных выше множеств образуют поле?

Тест по теме «Комплексные числа»

* 1. Модуль числа 1+i равен
  2. Аргумент числа 1+i равен
  3. Тригонометрическая форма числа 1+i имеет вид

1. Число, сопряженное 1+i равно
2. Алгебраическая форма числа (1+i)-1 имеет вид

Тест по теме «Многочлены»

№1. Дан многочлен *х3+3х+5*

1. Имеет ли он рациональные корни?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | да | б) | нет | в) | затрудняюсь ответить |

1. Имеет ли он действительные корни?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | да | б) | нет | в) | затрудняюсь ответить |

1. Имеет ли он комплексные корни?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | да | б) | нет | в) | затрудняюсь ответить |

1. Приводим ли он над полем рациональных чисел?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | да | б) | нет | в) | затрудняюсь ответить |

1. Приводим ли он над полем действительных чисел?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | да | б) | нет | в) | затрудняюсь ответить |

1. Приводим ли он над полем комплексных чисел?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а) | да | б) | нет | в) | затрудняюсь ответить |

№2. Пользуясь схемой Горнера,

а) найдите значение многочлена

*f(x)=x4-3x3+6x2-10x+16* при *х=4*;

б) выясните, делится ли этот многочлен на *(х-3);*

в) выясните, является ли число 2 его корнем.

№3.Определите кратность корня *х0=2* многочлена

*f(x)=x5-5x4+7x3-2x2+4x-8*

над полем действительных чисел.

№4. Найдите НОД многочленов и его линейное представление:

*f(x)=x4+2x3-x2-4x-2,*

*g(x)=x4+x3-x2-2x-2* .

№5. Выразите многочлен

*x4+y4+z4-2x2y2-2x2z2-2y2z2*

через элементарные симметрические.

№6. Найдите все рациональные корни уравнения

*x5-7x3-12x2+6x+36x=0*.

**7. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Наименование | Авторы | Место издания | Год издания | | Наличие | |
| Печатные издания | в ЭБС, адрес в сети Интернет |
|  | Алгебра и теория чисел: учебное пособие | Пантина И. В., Куприянова М. А., Харитонов С. В. | М.: Университет «Синергия» | 2016 | |  | <http://biblioclub.ru> |
|  | Краткий курс высшей математики: учебник | Балдин К.В., Балдин Ф.К., Джеффаль В. И. и др. | Москва: Дашков и К° | 2020 | |  | <http://biblioclub.ru> |
|  | Математика и информатика: практикум | Гусева Е. Н., Ефимова И. Ю., Коробков Р. И. и др. | Москва: ФЛИНТА | 2021 | |  | <http://biblioclub.ru> |
|  | Линейные пространства и линейные отображения: учебное пособие | Скворцова М. И., Антонова И. В., Ратнов А. Г., Соломонова Е. В. | Москва: ФЛИНТА | 2019 |  | | <http://biblioclub.ru> |
|  | Линейная алгебра. Аналитическая геометрия: учебное пособие | Ивлева А.М. | Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет | 2019 |  | | <http://biblioclub.ru> |

**8. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**

1. «НЭБ». Национальная электронная библиотека. – Режим доступа: [http://нэб.рф/](http://www.biblioclub.ru/)

2. «eLibrary». Научная электронная библиотека. – Режим доступа: [https://elibrary.ru](https://elibrary.ru/)

3. «КиберЛенинка». Научная электронная библиотека. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/>

4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн». – Режим доступа: [http://www.biblioclub.ru/](http://www.knigafund.ru/)

5. Российская государственная библиотека. – Режим доступа: <http://www.rsl.ru/>

**9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ:**

В ходе осуществления образовательного процесса используются следующие информационные технологии:

- средства визуального отображения и представления информации (LibreOffice) для создания визуальных презентаций как преподавателем (при проведении занятий) так и обучаемым при подготовке докладов для семинарского занятия.

- средства телекоммуникационного общения (электронная почта и т.п.) преподавателя и обучаемого.

- использование обучаемым возможностей информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» при осуществлении самостоятельной работы.

**9.1. Требования к программному обеспечению учебного процесса**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

* Windows 10 x64
* MicrosoftOffice 2016
* LibreOffice
* Firefox
* GIMP

**9.2. Информационно-справочные системы (при необходимости):**

Не используются

**10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий.

Для изучения дисциплины используется следующее оборудование: аудитория, укомплектованная мебелью для обучающихся и преподавателя, доской, ПК с выходом в интернет, мультимедийным проектором и экраном.

Для самостоятельной работы обучающихся используется аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами (ПК с выходом в интернет и обеспечением доступа в электронно-информационно-образовательную среду организации).