ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ЛЕНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ

**«ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИМЕНИ А.С. ПУШКИНА»**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической

работе

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ С.Н. Большаков

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины

**Б1.О.02.03 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

Направление подготовки **09.03.03 Прикладная информатика**

Направленность (профиль) **Прикладная информатика в экономике**

(год начала подготовки – 2022)

Санкт-Петербург

2022

# 1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Индекс компетенции | Содержание компетенции(или ее части) | Индикаторы компетенций(код и содержание) |
| УК-1 | Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | ИУК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода, средства математики, применяемые для решения профессиональных задач.ИУК-1.2. Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности.ИУК-1.3. Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; средствами математики. |
| ОПК-1 | Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности | ИОПК-1.1. Знает основы дискретной математики.ИОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов математического анализа и моделирования.ИОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности средствами математики. |
| ПК-10 | Способен применять системный подход и математические модели в формализации решения прикладных задач | ИПК-10.1. Знает методики реализации системного подхода в формализации решения прикладных задач.ИПК-10.2. Умеет применять методики реализации системного подхода в формализации решения прикладных задач.ИПК-10.3. Владеет навыками реализации системного подхода в формализации решения прикладных задач. |

# 2. Место дисциплины в структуре ОП

Цель дисциплины: формирование у обучающихся систематизированных знаний в области дискретной математики с учетом содержательной специфики предметов «Математика» в общеобразовательной школе.

Задачи дисциплины:

* рассмотрение основных разделов дискретной математики, необходимых обучающимся в процессе профессиональной подготовки по направлению подготовки;
* характеристика основных подходов к описанию дискретных величин;
* изучение основных методов решения задач дискретной математики с использованием средств алгебры и математического анализа;
* формирование навыков применения данных знаний в будущей практической деятельности.

Дисциплина относится к обязательной части блока 1. Дисциплины (модули), модуль Математика и компьютерные науки.

Освоение дисциплины и сформированные при этом компетенции необходимы в последующей деятельности.

# 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 академических часов.

Очная форма обучения

|  |  |
| --- | --- |
| Вид учебной работы | Трудоемкость в акад.час |
|  |  | Практическая подготовка |
| **Контактная работа (аудиторные занятия) (всего):** | 48 |
| в том числе: |  |
| Лекции | 16 | - |
| Лабораторные работы / Практические занятия (в т.ч. зачет) | -/32 | -/- |
| **Самостоятельная работа (всего)** | 60 |
| **Вид промежуточной аттестации (экзамен):** | - |
| контактная работа | - |
| самостоятельная работа по подготовке к экзамену | - |
| **Общая трудоемкость дисциплины (в час. /з.е.)** | 108/3 |

\*Зачет проводится на последнем занятии

Заочная форма обучения

|  |  |
| --- | --- |
| Вид учебной работы | Трудоемкость в акад.час |
|  |  | Практическая подготовка |
| **Контактная работа (аудиторные занятия) (всего):** | 22 |
| в том числе: |  |
| Лекции | 6 | - |
| Лабораторные работы/ Практические занятия | -/16 | -/- |
| **Самостоятельная работа (всего)** | 82 | - |
| **Вид промежуточной аттестации (зачет):** | 4 | - |
| контактная работа | 0,25 | - |
| самостоятельная работа по подготовке к зачету | 3,75 | - |
| **Вид промежуточной аттестации (экзамен):** | - |
| контактная работа | - |
| самостоятельная работа по подготовке к экзамену | - |
| **Общая трудоемкость дисциплины (в час. /з.е.)** | 108/3 |

# 4. Содержание дисциплины

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, составленных на основе результатов научных исследований, проводимых организацией, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

**4.СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:**

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, составленных на основе результатов научных исследований, проводимых организацией, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей**).**

**4.1 Блоки (разделы) дисциплины.**

|  |  |
| --- | --- |
| № | Наименование блока (раздела) дисциплины |
| 1 | Бинарные отношения. |
| 2 | Элементы комбинаторного анализа. |
| 3 | Теория графов. |

## 4.2.****Примерная тематика курсовых проектов (работ)****

Курсовая работа по дисциплине не предусмотрена учебным планом.

**4.3. Перечень занятий, проводимых в активной и интерактивной формах, обеспечивающих развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств. Практическая подготовка\*.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование блока (раздела) дисциплины** | **Занятия, проводимые в активной и интерактивной формах** | **Практическая подготовка\*** |
| **Форма проведения занятия** | **Наименование видов занятий** |
| 1. | Бинарные отношения. | лекционное занятиепрактическое занятие | обсуждение в группах, проблемное изучение материала |  |
| 2. | Элементы комбинаторного анализа. | лекционное занятиепрактическое занятие | обсуждение в группах, проблемное изучение материала |  |
| 3. | Теория графов. | лекционное занятиепрактическое занятие | обсуждение в группах, проблемное изучение материала |  |

**\***Практическая подготовка при реализации учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей) организуется путем проведения практических занятий, практикумов, лабораторных работ и иных аналогичных видов учебной деятельности, **предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.**

# 5. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Задачи для самостоятельного решения

Часть 1

1. Что такое множество? Как его обозначить? Как можно задать множество? Что такое подмножество?
2. Какие основные операции выполняются над множествами?
3. Что называется кортежем, какие кортежи называются равными?
4. Что такое декартово произведение множеств, декартова степень некоторого множества, бинарное отношение, заданное на множестве?
5. Назовите основные свойства бинарных отношений. Какое отношение называется рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным?
6. Дайте определение отображения множеств. Поясните термин «мощность множества».
7. Что такое сюръекция, инъекция, биекция?
8. Дайте определение функции.
9. Является ли отношение определенное на декартовом произведении множеств и , функцией? Если да, то является ли данная функция сюръективной, инъективной?

1. Является ли отношение , заданное на декартовом квадрате множества , биективным отображением?

1. Выполнить задание: если , то запишите бинарное отношение делит и

1. Выполнить задание: являются ли следующие отношения функциями:

1) 2)

3)

1. Выполнить задание: какая из указанных функций

а) б) в)

инъективна, сюрьективна или биективна.

## З**адачи для самостоятельного решения**

Часть 2

1. Дайте определение функции Эйлера.
2. Решить задачу: В классе 35 учащихся. Из них 20 посещает математический кружок, 11- физический, 10 – не посещают ни один из этих кружков. Сколько учеников посещают и математический и физический кружок? Сколько учащихся посещают только математический кружок?
3. Приведите пример задачи, которая могла бы быть решена с помощью метода включений и исключений.
4. Что называется графом? Ориентированным графом? Приведите примеры. Что такое степень вершины?
5. Перечислите основные понятия, связанные с ортографами.
6. Перечислите способы задания графов.
7. В чем состоит аналитический способ задания графа?
8. В чем состоит геометрический способ задания графа?
9. В чем состоит матричный способ задания графа?
10. Какая матрица называется матрицей смежности графа?
11. Какая матрица называется матрицей инцидентности графа?
12. Что называется маршрутом, циклом и цепью графа?
13. Сформулируйте понятие связности графа. Какой граф называют связным?
14. Какие два графа называю изоморфными?
15. Сформулируйте алгоритм изоморфизма двух графов.
16. Перечислите операции над графами.
17. Дайте определение эйлерова графа.
18. Сформулируйте алгоритм построения эйлерова цикла.
19. Какой граф называю гамильтоновым?
20. Докажите, что в полном графе с вершинами ребер?

1. Девять человек проводят шахматный турнир в один круг. К некоторому моменту выясняется, что двое сыграли одинаковое число партий. Докажите, что тогда либо один участник еще не сыграл ни одной партии, либо один сыграл все партии.
2. Решить рекуррентные соотношения
3. а) 
4. б) 
5. в) 
6. Сколькими способами выпуклый (n+2)-угольник можно разбить на треугольники диагоналями, не пересекающимися внутри (n+2)-угольника? Вывести рекуррентное соотношение для , где  - число способов разбиений (n+2)-угольника, и разрешить это соотношение.
7. Какое соотношение называется возвратным?

# 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

## 6.1. Текущий контроль

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №пп | Номера разделов дисциплины | Форма текущего контроля |
|  | I-III | Тестовые задания |
|  | I-III | Проверочная работа |

## 6.2. **Примеры оценочных средств для текущего контроля по дисциплине**

**Примеры тестовых заданий**

1. Орграф представляет собой множество…

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | вершин и ребер; | б) | вершин и дуг; |
| в) | ребер и дуг; | г) | висячих вершин. |

1. Неориентированный граф представляет собой множество…

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | вершин и ребер; | б) | вершин и дуг; |
| в) | ребер и дуг; | г) | отдельных дуг. |

1. Для графов не определена операция…

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | объединение графов; | б) | произведение графов; |
| в) | вычитание графов; | г) |  пересечение графов. |

1. Для определения элементов связности графов используются …

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | матрицы смежности дуг; | б) | матрицы инциденций; |
| в) | матрица Кирхгофа; | г) | матрицы достижимости и контрдостижимости. |

1. Граф не может задаваться…

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | матрицы смежности дуг; | б) | матрицей смежности вершин; |
| в) | линейным графиком; | г) |  матрицей инциденций. |

1. Дана матрица весов некоторого графа

Тогда минимальный путь на этом графе от начальной вершины до конечной можно найти с помощью…

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | алгоритма Дейкстры; | б) | алгоритма Беллмана-Мура; |
| в) | алгоритма Фалкерсона; | г) | матрицы связности. |

1. Алгоритм Фалкерсона применяется для…

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | нахождения максимального пути на графе; | б) | нахождения минимального пути на графе, когда на графе есть дуги с отрицательными весами; |
| в) | упорядочивания вершин графа; | г) | задания графа в матричном виде. |

1. Инцидентность – это есть отношение…

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | между вершинами графа; | б) | между ребрами графа; |
| в) | между вершинами и ребрами графа; | г) |  между однородными элементами графа. |

1. В группе 15 человек. Тогда число способов выбрать из них старосту и его заместителя, равно…

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | 2, | б) | 15, |
| в) | 210, | г) | 225. |

1. Функция Эйлера  для n=1 равна

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | 1;  | б) | 0; |
| в) | 100; | г) | другое значение. |

1. Гипотеза четырех красок имеет вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| а) | всякий планарный граф 4-раскрашиваем, | б) | всякий планарный граф5-раскрашиваем, |
| в) | всякий планарный граф 4-нераскрашиваем, | г) | другой вид. |

**Проверочная работа**

1. Пусть , , , . Найдите множества  и . Изобразите множество  на координатной плоскости.
2. Изобразите множество  на координатной плоскости, если,, .
3. Найдите пересечение множеств: и . Какие еще операции можно сделать с данными множествами?
4. Найти наибольший член разложения бинома .
5. Упорядочить вершины данного графа графическим и матричным способом:$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}0\\1\\0\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}0&1&0\end{matrix}\\\begin{matrix}0&1&1\end{matrix}\\\begin{matrix}0&0&0\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}0\\1\\0\end{matrix}\\0&\begin{matrix}0&1&0\end{matrix}&1\\1&\begin{matrix}0&1&0\end{matrix}&0\end{matrix}\right)$.
6. Дана матрица смежности вершин графа:

$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1\\0\\0\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}0&0&1\end{matrix}\\\begin{matrix}0&1&1\end{matrix}\\\begin{matrix}0&0&0\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}1\\0\\1\end{matrix}\\0&\begin{matrix}0&1&1\end{matrix}&0\\1&\begin{matrix}0&1&1\end{matrix}&1\end{matrix}\right)$.Можно ли с помощью данной матрицы составить матрицу смежности ребер (дуг)? Как это сделать?

1. Дана матрица весов графа:

$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}0\\0\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\end{matrix}\\\begin{matrix}2&0\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}3\\2\end{matrix}\\0&\begin{matrix}0&0\end{matrix}&0\\0&\begin{matrix}2&1\end{matrix}&0\end{matrix}\right)$. Используя операции Шимбелла найти длину кратчайшего пути из трех ребер из второй вершины в третью.

1. Граф задан с помощью весовой матрицы. Задать граф графически и составить план решения задачи с помощью алгоритма Дейкстры нахождения минимального пути от вершины $x\_{1} $до вершины $x\_{6}$.

$$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}-\\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}5\\-\end{matrix}&\begin{matrix}8\\11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}7\\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}18\\\infty \end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\infty \\\infty \end{matrix}\\\begin{matrix}\begin{matrix}\infty \\\infty \\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}\infty \\10\\8\end{matrix}&\begin{matrix}-\\12\\7\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}\infty \\-\\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}\infty \\7\\-\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}17\\\infty \\12\end{matrix}\\\begin{matrix}\infty &\infty &\infty \end{matrix}&\begin{matrix}\infty &\infty \end{matrix}&-\end{matrix}\right)$$

1. Граф задан с помощью весовой матрицы. Изобразить граф графически и составить план решения задачи с помощью алгоритма Беллмана-Мура нахождения минимального пути от вершины $x\_{1}$ до вершины $x\_{6}$.

$$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}-\\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}6\\-\end{matrix}&\begin{matrix}\infty \\12\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}-7\\-8\end{matrix}&\begin{matrix}\infty \\10\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\infty \\\infty \end{matrix}\\\begin{matrix}\begin{matrix}\infty \\\infty \\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}\infty \\\infty \\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}-\\\infty \\\infty \end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}3\\-\\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}-4\\8\\-\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}-2\\\infty \\9\end{matrix}\\\begin{matrix}\infty &\infty &\infty \end{matrix}&\begin{matrix}\infty &\infty \end{matrix}&-\end{matrix}\right)$$

1. Граф задан с помощью весовой матрицы. Изобразить граф графически и составить план решения задачи нахождения максимального пути от вершины $x\_{1}$ до вершины $x\_{6}$.

$$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}-\\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}5\\-\end{matrix}&\begin{matrix}8\\11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}7\\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}18\\\infty \end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\infty \\\infty \end{matrix}\\\begin{matrix}\begin{matrix}\infty \\\infty \\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}\infty \\10\\8\end{matrix}&\begin{matrix}-\\12\\7\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}\infty \\-\\\infty \end{matrix}&\begin{matrix}\infty \\7\\-\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}17\\\infty \\12\end{matrix}\\\begin{matrix}\infty &\infty &\infty \end{matrix}&\begin{matrix}\infty &\infty \end{matrix}&-\end{matrix}\right)$$

**7. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Наименование | Авторы | Место издания | Год издания | Наличие |
| печатные издания | в ЭБС, адрес в сети Интернет |
| 1 | Основы дискретной математики | Дехтярь М.И. | М.: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ» | 2016 |  | <http://biblioclub.ru>  |
| 2 | Дискретная математика: учебное пособие | Бекарева Н. Д. | Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет | 2019 |  | <http://biblioclub.ru>  |
| 3 | Дискретная математика: теория и практика решения задач по информатике | Окулов С. М. | Москва: Лаборатория знаний | 2020 |  | <http://biblioclub.ru>  |
| 4. | Дискретная математика: комбинаторика, теория графов и шифры | Богаченко Н. Ф., Усов С.В. | Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского | 2019 |  | <http://biblioclub.ru> |
| 5. | Дискретная математика | Гутова С. Г. | Кемерово: Кемеровский государственный университет | 2018 |  | <http://biblioclub.ru> |

**8. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**

1. «НЭБ». Национальная электронная библиотека. – Режим доступа: [http://нэб.рф/](http://www.biblioclub.ru/)

2. «eLibrary». Научная электронная библиотека. – Режим доступа: [https://elibrary.ru](https://elibrary.ru/)

3. «КиберЛенинка». Научная электронная библиотека. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/>

4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн». – Режим доступа: [http://www.biblioclub.ru/](http://www.knigafund.ru/)

5. Российская государственная библиотека. – Режим доступа: <http://www.rsl.ru/>

**9. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ:**

В ходе осуществления образовательного процесса используются следующие информационные технологии:

- средства визуального отображения и представления информации (LibreOffice) для создания визуальных презентаций как преподавателем (при проведении занятий) так и обучаемым при подготовке докладов для семинарского занятия.

- средства телекоммуникационного общения (электронная почта и т.п.) преподавателя и обучаемого.

- использование обучаемым возможностей информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» при осуществлении самостоятельной работы.

**9.1. Требования к программному обеспечению учебного процесса**

Для успешного освоения дисциплины, обучающийся использует следующие программные средства:

* Windows 10 x64
* MicrosoftOffice 2016
* LibreOffice
* Firefox
* GIMP

**9.2. Информационно-справочные системы (при необходимости):**

Не используются

**10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий.

Для изучения дисциплины используется следующее оборудование: аудитория, укомплектованная мебелью для обучающихся и преподавателя, доской, ПК с выходом в интернет, мультимедийным проектором и экраном.

Для самостоятельной работы обучающихся используется аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами (ПК с выходом в интернет и обеспечением доступа в электронно-информационно-образовательную среду организации).